

МАТЕМАТИКА 2 Б

Писмени испит

Фебруарски испитни рок

17. 02. 2021.

1. Нека је $n > 1$ природан број. У зависности од $a, b \in \mathbb{R}$ израчунати

$$D_n = \begin{vmatrix} a+b & ab & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a+b & ab & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a+b & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a+b & ab & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & a+b & ab \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & a+b \end{vmatrix}_{n \times n}.$$

2. Нека је дата тачка $A(1, 0, 0)$, права

$$(p): \quad \frac{x}{7} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{5}$$

и раван

$$(\pi): \quad 2x - y + 2z + 2 = 0.$$

На правој p одредити тачку P која је са исте страни равни π као и тачка A и чије је растојање од равни π једнако 9.

3. Нека је функција $f: [-1, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ дефинисана са

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}.$$

(а) Испитати локалне екстремне вредности функције f на $[-1, 1]^2$.

(б) Одредити скуп $f([-1, 1]^2)$.

4. Израчунати површину фигуре у xOy равни која је ограничена кривама

$$xy = 1, \quad xy = 8, \quad y^2 = x \quad \text{и} \quad y^2 = 8x.$$

5. Нека је S површ добијена ротацијом дужи чије су крајње тачке $A(0, 0, 3)$ и $B(2, -1, 1)$ око z -осе и нека је површ S оријентисана ка споља. Израчунати интеграл

$$\iint_S (y + z + x \sin^2 z) \, dy \, dz + (x + z + y \cos^2 z) \, dz \, dx + (x + y + z) \, dx \, dy.$$

Напомена: Сваки задатак вреди 25 поена и раде се четири од пет задатака по избору. Време за израду задатака износи 240 минута.