Комплексна анализа -јун 1- упутства

Комплексна А

1.Део под а) је најбоље радити преко Коши Римановиx услова. Део под б) се најбрже ради множењем са f целог израза, приметите да је f^2 холоморфна и чисто реална или чисто имагинарна, што је немогуће осим ако је константна, према једном од задатака са вежби.

2. Део под а) доказујете користећи ОИН и процене функције на датој кружници пол.R; lim je 0. Део под б): покажите да су све нуле полинома у имениоцу унутар диска полупречника 2, па закључите да је интеграл исти као по било којој кружници полупречника $R > 2$, па је и lim кад R иде у беск.исто толики. Онда се вредност интеграла једноставно добија рачунањем за функцију $\frac{1}{z}$ на кружници полупречника R. Резултат: $2\pi i$.

3. Мозе да се ради као интеграл типа 2 са вежби. Резултат: $\frac{2\pi}{b^2}(a - \sqrt{a^2 - b^2})$.

4. Део под а):десна полураван без јединичног круга са центром у 0 и без круга са центром у $\frac{-5i}{4}$ полупречника $\frac{3}{4}$. (Ово Вам дајем да проверите када срачунате код куће, нема ста да се објашњава, стандардан рачун)

Део под б): Искористите што је познат општи облик билинеарног пресликавања за јединичне кругове са центрима у 0.

Део под в): Можете користити део под а) нпр, а можете се наравно снаћи и на неки други начин.

5. Најлакше је урадити тако што претпоставите супротно, достиже максимум у некој z_0 унутра, па посматрате функцију $F = fe^{-ia} + ge^{-ib}$, где су a и b аргументи $f(z_0)$ и $g(z_0)$ редом. Добија се да $|F|$ достиже max у z_0, сто је у контрадикцији са ПММ, због холоморфности функције F.

Комплексна Б

Прва три задатка сматрам да не морају ни да се коментаришу опширно (интеграл-Кошијева теорема о резидумима;примена Рушеове; примена Шварцове леме и КИФ).

4. Примена велике Пикарове теореме. Пре тога приметити да посто је $\mathbb{C}$ просто повезана област и f није нигде 0, постоји холоморфна g на $\mathbb{C}$ тако да је $f = e^g$. Затим написати $f(z)+e^z = e^z(e^{g(z)-z}+1)$. Функција у загради има бесконачно много нула по ВПТ или је $g(z) = z + const$.

5. Најпре грана функције $\sqrt{z^2 + 9}$; затим додефинисати на $(-\infty, -4)$ (објаснити како, гледати да буде непрекидно на граници), проширити са ШПС, затим додати 5, па поново грана корена. Дакле $\sqrt{5 + \sqrt{z^2 + 9}}$, с тим што треба навести које гране корена су коришћене.