

Поређење дисперзија и очекивања две нормалне популације

- Социолог жели да врши експеримент на две групе људи и да расподела година у њима, у смислу средње вредности и дисперзије, буде приближно иста као пре дељења људи у групе.

- Поставити хипотезе којима би могла да се детектује различитост у дисперзијама међу групама.
- Узети су узорци величине 121 из сваке од популација и добијене су узорачке дисперзије $s_1^2 = 289$ и $s_2^2 = 225$. Да ли ови подаци указују на то да постоји разлика у дисперзијама међу групама?

- Два хемичара тестирају мантиле који би се користили у лабораторији. Пожељнији је онај који има мању дисперзију јер је поузданији. Следећи подаци представљају дужине третирања мантила хемикалијама у сатима:

I	17.12	16.02	15.28	20.77	15.23	25.45	30.04	10.06	17.78	23.13		
II	16.87	18.40	17.24	16.06	26.91	21.66	19.83	20.10	14.74	15.59	20.77	20.61

- Одредити тачкасту оцену од $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$.
 - Одредити 90% интервал поверења за $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$.
- Постоји тврђење да је боља црна пластика од новина за спречавање корова код парадајза. Да би се то испитало, засађено је 9 биљака код којих је коришћена пластика и 10 биљака код којих су коришћене новине. Све биљке су имале исти третман и исти потенцијални раст. Након месец дана измерене су висине биљака:

црна пластика	1.80	1.29	1.13	2.92	2.20	1.25	2.61	1.60	2.06	
новине	2.57	1.59	1.78	1.37	1.22	1.34	1.43	1.06	1.44	1.12

- Одредити тачкасту оцену од $\mu_1 - \mu_2$.
 - Одредити s_1^2 и s_2^2 . Тестирати једнакост дисперзија са нивоом $\alpha = 0.2$. Да ли треба одбацити нулту хипотезу?
 - Конструисати 95% интервал поверења за $\mu_1 - \mu_2$. Да ли има значајне разлике у средњим вредностима?
- Произвођач цигарета испитује који је бољи од два филтера. Филтер I је јефтинији од филтера II и користиће се изузев ако се не покаже да је филтер II ефективнији од филтера I . Да би се то испитало, узети су узорци од по 25 цигарета са сваком од филтера, механички су употребљене и измерени су нивои катрана и никотина. Добијени су резултати: $\bar{x}_1 = 1.10$, $s_1^2 = 0.05$, $\bar{x}_2 = 1.13$, $s_2^2 = 0.07$.
 - Поставити нулту и алтернативну хипотезу.
 - Тестирати једнакост дисперзија са нивоом $\alpha = 0.20$.
 - Тестирати хипотезу из (а) са нивоом $\alpha = 0.05$. Шта се предлаже да компанија уради?
 - У експерименту мерења слободног хлора у води, узети су узорци сувог праха и раствора који се мешају према јасним упутствима како би се добио узорак са познатом концентрацијом хлора и шаље се у лабораторије. Лабораторија је анализирано 17 узорака користећи једна метод, а 26 користећи други метод. Претпоставља се да први метод даје резултате који су у просеку виши од резултата другог метода. Добијени су резултати: $\bar{x}_1 = 72.1765$, $s_1^2 = 156.1544$, $\bar{x}_2 = 64.7308$, $s_2^2 = 4190.0725$. Поставити хипотезе и тестирати тврђење да први метод тежи да покаже виши ниво хлора него други метод.
 - Проучава се количина опасног отпада на две локације. Отпад који интересује истраживаче је онај настао из домаћинства и малих предузећа. Добијени су подаци:

I локација:	$n_1 = 96320$, $\bar{x}_1 = 16.59$, $s_1^2 = 25$
II локација:	$n_2 = 81609$, $\bar{x}_2 = 22.06$, $s_2^2 = 36$

 Одредити 95% интервал поверења разлике просечне количине опасног отпада.

7. Микро метод је развијен за мерење количине угљен монооксида у ваздуху. Истраживачи желе да упореде тај метод са стандардним јод-пентоксид методом. Да би се то урадило, узет је узорак од 9 елемената и анализиран са оба метода и добијени су следећи резултати:

микро	95	184	40	261	215	26	56	128	155
стандардни	90.5	184.6	44.8	320	244.7	25.8	66.2	137.8	137.8

- а) Конструисати 95% интервал поверења за $\mu_1 - \mu_2$.
 б) Да ли се ова два метода разликују у просеку?
8. Психолози тврде да прворођено дете има виши IQ од другорођеног. Да би се тестирала та теорија узето је 10 породица са по двоје и добијени су резултати:

прво дете	88	128	100	106	98	89	98	132	88	115
друго дете	84	116	100	109	101	90	87	126	80	112

Тестирати одговарајуће хипотезе и донети закључак са нивоом значајности $\alpha = 0.1$.

Задаци за вежбу

1. Да би се упоредила цена поправке малих куних апарата проучаване су велике фирме које се баве поправком (прва популација) и мале радње за поправку (друга популација). Делује као да, иако је можда средња вредност цена поправки у ове две радње је иста, дисперзија је различита.
- а) Поставити хипотезе којима би могла да се детектује различитост у дисперзијама међу групама.
 б) Узети су узорци величине 30 из сваке од популација. Добијене су узорачке дисперзије $s_1^2 = 25$ и $s_2^2 = 16$. Одредити p -вредност теста? Да ли треба одбацити нулту хипотезу?
2. Две различите области тврде да је просечна температура $27^\circ C$. С обзиром да то тврђење може да буде погрешно, узети су узорци дневних температура:

област I	28.47	29.81	27.43	25.67	23.00	27.32	25.49	26.96	28.99	23.90
	33.38	26.57	20.02	26.57	27.52					
област II	18.39	29.43	28.26	35.72	27.46	25.38	24.05	29.90	19.24	19.16
	20.86	29.34	29.88	28.81	27.33	29.43				

Конструисати 90% интервал поверења за $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$. Да ли се може закључити која област има већу вариабилност у температури?

3. Проучавају се постигнућа ученика петог разреда у различитим периодима школске године. Узет је узорак од 121 резултата након првог полугодишта, узорачка средина је 3.25 а дисперзија 0.37. Узет је узорак исте величине на крају школске године и добијена је узорачка средња вредност 3.50 и дисперзија 0.44.
- а) Тестирати $H_0(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$.
 б) Ако се H_0 не одбацује, одредити s_p^2 и s_p .
 в) Одредити 95% интервал поверења за $\mu_1 - \mu_2$. Да ли делује као да има значајне разлике у средњим вредностима?
4. Мисли се да мушки адолесценти који пуше су почели да пуше раније него женски адолесценти. Ако су подаци

	мушкарци	девојке
n	33	14
просечне године почетка	11.3	12.6
s^2	4	3.5

да ли је тврђење тачно?

5. Нови хемијски третман $NT1$ који не укључује притисак је уведен да би се постигло дуже трајање дрвене ограде. За случајан узорак од 122 слична елемента, на 61 је примењен $NT1$ а остали су третирани креозитним процесом са притиском, CPP . Након тога је ограда постављена у исти тип земљишта и добијени су подаци: $\bar{x}_1 = 25.9, s_1^2 = 31.36, \bar{x}_2 = 22.3, s_2^2 = 17.64$.

а) Да ли можемо закључити са нивоом $\alpha = 0.2$ да је $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$?

б) Одредити 95% интервал поверења за $\mu_1 - \mu_2$.

6. Доктор сумња да вага за мерење телесне масе у његовој ординацији показује већу вредност тежине пацијената у односу на мале кућне ваге. Да би се ово тестирало узет је узорак од 10 пацијената са познатом вредношћу килаже коју показује кућна вага. У ординацији доктора су поново измерени и добијени су резултати:

x	75	74	101	85	65	55	90	66	69	105
y	77	73	104	87	64	56	91	66	65	107

где је x тежина на кућној ваги, а y тежина у ординацији. Тестирати одговарајуће хипотезе.