

Вероватноћа

- Болница поседује 50 јединица крви означених са $A+$. Међутим, четири јединице су у ствари $A-$. Случајно се бира једна јединица крви. Ако свака јединица има исту вероватноћу да се изабере, одредити вероватноћу да се изабере погрешно означена јединица.
- Према статистици кошаркаш погађа 82% слободних бацања. Ако га фаулирају и добије слободно бацање, одредити вероватноћу да погоди.
- Код биљке грашка алел за висину (V) је доминантан у односу на алел за ниску стабљику (v), алел за жуто зрно (Z) је доминантан у односу на зелено (z), а алел за округлао облик (O) је доминантан у односу на алел за наборано зрно (o). Претпоставимо да се укрштају две биљке, једна са генима $VVZZOo$ и друга са генима $VvZzOo$.
 - Описати родитељске биљке на основу наведених карактеристика.
 - Нацртати стабло могућих начина укрштања и описати биљке које могу да настану.
 - Одредити вероватноћу настанка високе биљке.
 - Одредити вероватноћу настанка високе биљке са округлим и жутим зрном.
 - Одредити вероватноћу настанка биљке са зеленим зрном.
- Код заморчића кратко крзно је доминантно над дугим, а црно над албино. Женка црне боје са кратким крзном је упарена са албино мужјаком дугог крзна.
 - Који су могући генотипи родитеља?
 - Нацртати стабло могућих начина укрштања за све генотипе родитеља.
 - Одредити вероватноћу настанка албино заморчета кратког крзна (у сваком од случајева).
- Одредити узорачки простор за експеримент који представља крвне групе са Rh фактором. Дефинисани су догађаји: A - крв садржи A антиген, B - крв садржи B антиген, P - Rh фактор је позитиван. Одредити догађаје: $\bar{A}, A \cap \bar{P}, \bar{A} \cap \bar{B}, A \cup B, (A \cap B) \setminus P$.
- Проучавање показује да 12% од свих људи који посете лекара буде задржано у болници. Од свих људи који дођу на преглед, 1% има лошу реакцију на одређени лек, а 12.4% се задржи у болници или има лошу реакцију на лек.
 - Одредити вероватноћу да случајно изабрана особа буде задржана у болници и има лошу реакцију на лек.
 - Одредити вероватноћу да случајно изабрана особа буде задржана у болници, али нема лошу реакцију на лек.
 - Одредити вероватноћу да случајно изабрана особа има лошу реакцију на лек, а није задржана у болници.
- Експеримент се састоји од извлачења једне карте из добро промешаног шпила. Нека је H - извучен је штих (десетка, жандар, дама, краљ или кец), B - карта је црне боје. Одредити:
 - $P(H)$
 - $P(B)$
 - $P(H \cap B)$
 - $P(H|B)$
 - $P(B|H)$
 - Да ли је $P(H|B) = P(B|H)$?
- Здравствена организација процењује да 15% одрасле популације има хипертензију. Истраживање показује да 75% свих одраслих мисли да они лично немају хипертензију. Процењено је да 6% свих одраслих има хипертензију, али мисли да је нема.
 - Ако одрасли пацијент сматра да нема хипертензију, одредити вероватноћу да је болест заправо присутна.

- б) Ако је болест присутна, одредити вероватноћу да пацијент сумња у њено присуство.
9. Лажно позитивна стопа медицинског теста је вероватноћа да тест покаже присуство болести када заправо болест не постоји.
- Да ли би лажно позитивна стопа требала да буде мала или велика?
 - Проучавана је нова метода за детектовање болести бубрега. Према њој 49% испитаника је било позитивно. Коришћењем другог метода показано је да 39% испитаника у ствари има болест. Такође, показано је да 17% испитаника нема болест, али нови тест показује да има. Одредити лажно позитивну стопу нове методе.
 - Ако се узме нови тест и резултат је позитиван, да ли је то јасни доказ да је болест присутна?
 - Како би се дефинисала лажно негативна стопа?
 - Шта је повољније за пацијента: мала лажно позитивна стопа или мала лажно негативна стопа?
10. У некој популацији 9% људи има крв типа B , а 61% има позитиван Rh фактор. Одредити вероватноћу да случајно изабрана особа има $B+$ крв. Познато је да су ове особине одређене дисјунктним групама гена.
11. Ако брачни пар, где и мушкарац и жена имају један рецесивни (плави) и један доминантан (браон) ген за боју очију, има дете оно са вероватноћом $\frac{3}{4}$ има браон очи. Ако тај пар има два детета, одредити вероватноћу да
- оба имају браон очи;
 - један има плаве, а други браон очи.
12. Са вероватноћом 0.2 особа која је изложена рубеоли се и зарази. Ако је женска особа заражена током трудноће, вероватноћа је 0.1 да ће дете имати дефект, иначе је вероватноћа да дете има дефект 0.01. Познато је да је мајка детета била изложена рубеоли током трудноће.
- Одредити вероватноћу да се дете роди са дефектом.
 - Ако је дете рођено са дефектом, одредити вероватноћу да је мајка била заражена током трудноће.
 - Ако је дете рођено без дефекта, одредити вероватноћу да је мајка била заражена током трудноће.
13. Проучавано је колико мушкарци и жене пију и добијени су следећи подаци:

	мушкарци	жене
константно	23%	40%
често	21%	5%
умерено	46%	37%
ретко	10%	18%

Претпоставља се да половину популације чине мушкарци а половину жене.

- Случајно је изабрана особа и утврђено је да константно пије. Израчунати вероватноћу да је особа мушкарац.
 - Случајно је изабрана особа и утврђено је да ретко пије. Израчунати вероватноћу да је особа жена.
14. Четири рибонуклеотиде, аденин, урацил, гуанин и цитозин, представљају основу RNA тако што формирају "речи", односно низове од три рибонуклеотиде, не обавезно различите.
- Колико речи се може формирати на овај начин?
 - Колико од тих речи има све различите нуклеотиде?
 - Колико од тих речи садржи најмање две исте нуклеотиде?

- г) Одредити вероватноћу да случајно изабрана реч почиње аденином и нема идентичних нуклеотида.
15. У медицинском проучавању врши се експеримент над 9 људи. Два лека и плацебо се тестирају. Сваки се користи на тачно 3 особе. Колико је различитих могућих подела?
16. У лабораторији је рођено 500 мишева. Четворо од њих има дефект при рођењу. Истраживачи узимају 20 мишева за експеримент.
- а) Одредити вероватноћу да није изабран ниједан дефектни миш.
 б) Одредити вероватноћу да је изабран тачно један дефектни миш.

Задаци за вежбу

1. Оштећен новчић се баца 100 пута. Ако је глава пала 75 пута, одредити вероватноћу да при следећем бацању падне писмо.
2. Стандардан шпил карата садржи 52 карте. Карте се промешају и вади се једна карта случајно. Израчунати вероватноћу да је извучена
- а) црна карта;
 б) црвена карта;
 в) каро;
 г) кец;
 д) штих (краљ, краљица, жандар, десет, кец).
3. Биоактивни тетрапид има следеће аминокиселине у саставу: аланин, глутаминску киселину, лизин и хистидин.
- а) Нацртати дрво од 24 могућа начина на које ове четири аминокиселине могу формирати ланац.
 б) Ако је сваки ланац једнако вероватан, одредити вероватноћу догађаја K - глутаминска киселина се налази на једном од крајева ланца.
 в) Одредити вероватноћу догађаја B - лизин се не налази ни на једном крају ланца.
4. Планински лавови који живе на јавним пашњацима могу представљати претњу за говеда и овце. Због тога је пожељно одредити број ових лавова који живе на одређеном простору. Њих 10 је ухваћено, обележено и пуш
- а) Нацртати дрво од 16 могућа резултата експеримента.
 б) Одредити догађај A - прва и последња ухваћена животиња су означене.
 в) Одредити догађај B - тачно три животиње су означене.
 г) Одредити догађај да се истовремено десе и A и B .
5. Нектарина је глатка, док бресква није. Алел за глаткост је рецесивни. Сваки тип воћа може бити жуто или бело, при чему је жути алел доминантан. Дрво беле брескве је укрштено са жутом нектарином.
- а) Који су могући генотипи за дрво брескве?
 б) Који су могући генотипи за дрво нектарине?
 в) Нацртати дрво могућих генотипа од таквих родитељских биљака.
 г) Одредити вероватноћу добијања дрвета беле брескве (у сваком од случајева).
6. Преучавају се следећа три догађаја: P - дете је превремено рођено, M - дететова мајка је пушач, B - дете има дефект при рођењу.
- а) Описати сваки од следећих догађаја: \bar{P} , $(P \cap M) \cap \bar{B}$, $(\bar{P} \cap \bar{M}) \cup B$, $(P \cup B) \cap \bar{M}$.
 б) Одредити догађај: дететова мајка није пушач.
 в) Одредити догађај: дететова мајка није пушач, али је дете прерано рођено.

- г) Одредити догађај: дететова мајка је пушач, дете је прерано рођено и има дефект.
7. Према подацима центар за трансфузију крви 0.1% свих донора су позитивни на *HIV*, а 1% позитивни на херпес. Ако је 1.05% позитивних на једну од болести, одредити вероватноћу да случајно изабрани донор није заражен. Одредити вероватноћу да случајно изабрани донор има обе болести.
8. Породица има троје деце.
- а) Описати скуп свих могућности за полове деце.
- б) Ако је свака комбинација деце једнако вероватна, одредити вероватноћу да су у породици тачно два дечака.
- в) Ако се зна да су прва два детета дечаци, одредити вероватноћу да су тачно два дечака у породици.
9. Вероватноћа да ће негативац бити стављен на *FBI*-ову листу најтраженијих људи је 0.02, вероватноћа да ће негативац бити ухваћен је 0.80, а вероватноћа да ће негативац бити стављен на листу или ухваћен је 0.81. Одредити вероватноће да негативац
- а) буде стављен на листу и ухваћен;
- б) не буде ухваћен;
- в) буде ухваћен, ако је стављен на листу најтраженијих;
- г) не буде ухваћен, ако је стављен на листу најтраженијих.
10. Жена која је носилац класичне хемофилије са вероватноћом 0.5 је преноси на синове. Одредити вероватноћу да њено прво дете је мушко и има хемофилију. Ако има тачно три сина, одредити вероватноћу да сва три имају хемофилију, да ниједан нема болест и да је тачно један заражен.
11. Оцењено је да 50% становништва Америке има прекомерну тежину и да 20% има висок притисак. Такође, се мисли да 40% свих људи са високим притиском има прекомерну тежину. Ако се случајно изабере особа, одредити вероватноћу да особа има и висок притисак и претерану тежину. Одредити вероватноћу да особа има висок притисак али нема прекомерну тежину.
12. Скрининг тест за рак има ниску лажно позитивну стопу и високу лажно негативну стопу, односно болест се открива у 95% случајева. Претпоставимо да 4% популације има болест. Одредити вероватноћу да особа за коју је тест био позитиван, заиста и има болест.
13. Фирме изнајмљују аутомобиле од агенције *A* у 26% случајева, од агенције *B* у 38% случајева, а иначе од агенције *C*. Познато је да 10% аутомобила агенције *A*, 20% аутомобила агенције *B* и 5% аутомобила агенције *C* има лоше гуме. Ако је аутомобил случајно одабран из складишта ове три агенције, одредити вероватноћу:
- а) да аутомобил има лоше гуме;
- б) да је аутомобил из агенције *A*, ако има лоше гуме;
- в) да је аутомобил из агенције *C*, ако има лоше гуме.
14. На колико начина се могу распоредити слова *A, B, Q, Z, T, S, X* тако да чине шифру од
- а) седам слова без понављања;
- б) пет слова без понављања.
15. Десет медведа је ухваћено, обележено и враћено у дивљину. Касније је поново ухваћено 8 медведа и пребројано је колико њих је означено. Претпоставља се да је иста вероватноћа да се ухвати било који од 100 медведа из популације.
- а) Колико група од 8 медведа се може направити?
- б) Одредити вероватноћу да ниједан медвед ухваћен у другом хватању није обележен.
- в) Одредити вероватноћу да су сви медведи ухваћени удругом хватању обележени.