

Случајне величине и дискретне расподеле

1. Одредити да ли је случајна величина дискретна или непрекидна и ако је дискретна одредити вредности које узима:
 - а) случајна величина Y представља број који је пао приликом бацања коцкице за игру;
 - б) случајна величина K представља количину преписаног течног лека пацијенту;
 - в) случајна величина S представља брзину којом се аутомобил креће поред контролне тачке;
 - г) случајна величина N представља број људи који су ухапшени током месец дана.
2. Нека је H случајна величина која представља највећи број који је пао приликом бацања две коцкице.
 - а) Одредити закон расподеле ове случајне величине.
 - б) Објединити једном формулом претходни резултат.
 - в) Одредити: $P\{H > 4\}, P\{2 \leq H \leq 4\}, P\{H = 7\}$.
3. Послодавац треба да запосли четири особе. Пријавило се осам кандидата са истим квалификацијама, четири мушкарца и четири жене. Њихова имена су записана на папир и убачена у кутију, одакле су случајно извучена четири имена. Нека је X број жена које су том приликом извучене.
 - а) Одредити вероватноћу да буду запослена тачно два мушкарца и тачно две жене.
 - б) Одредити вероватноћу да су већином изабрани мушкарци.
 - в) Да ли било необично да се не запосли ниједна жена? А највише једна?
4. Дат је закон расподеле за R , број забележених беснила код паса:

$$R: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0.22 & 0.24 & 0.30 & 0.15 & 0.08 & 0.01 \end{pmatrix}$$

- а) Одредити очекивање од R .
 - б) Одредити $E(R^2)$.
 - в) Одредити дисперзију и стандардно одступање.
5. Нека је X случајна величина са очекивањем 5 и дисперзијом 9, а Y случајна величина са очекивањем 7 и дисперзијом 16.
 - а) Одредити $E(\frac{X-5}{3}), E(\frac{Y-7}{4})$.
 - б) Одредити $D(\frac{X-5}{3}), D(\frac{Y-7}{4})$.
 - в) Показати да ако је Z случајна величина са очекивањем μ и стандардним одступањем σ , онда је $E(\frac{Z-\mu}{\sigma}) = 0, D(\frac{Z-\mu}{\sigma}) = 1$.
6. Дејство лека је тестирано на албино пацовима. Десет животиња је третирано леком који спречава синтезу протеина. Вероватноћа да ће пацов угинути током експеримента је 0.2. Ако је X број пацова који су угинули током експеримента, одредити:
 - а) очекивану вредност од X ;
 - б) дисперзију и стандардно одступање од X ;
 - в) израз за расподелу вероватноће;
 - г) вероватноћу да ниједан пацов не угине;
 - д) вероватноћу да најмање један пацов угине;
 - ђ) вероватноћу да бар 7 пацова буде живо на крају експеримента.
7. Коцка за игру се баца док не падне пет или шест.
 - а) Израчунати вероватноћу да се коцка баци укупно 2 пута.
 - б) Израчунати вероватноћу да се коцка баци бар 10 пута.

- в) Израчунати очекивани број бацања.
8. Сматра се да сваке године, независно од претходних, постоји шанса да се јави мраз у периоду цветања кајсије. У том случају су приноси драстично мањи. Знамо да се мраз у периоду цветања јавља у просеку у једној од 10 година.
- а) Израчунати вероватноћу да прође бар 5 година без мраза.
- б) Ако прође 20 година без мраза, да ли можемо да сумњамо да су се климатски услови променили?
9. Душевни болесник у просеку има 2 напада озбиљне депресије током периода од шест месеци.
- а) Одредити вероватноћу да ће проћи шест месеци без депресије.
- б) Ако пацијент преживи годину дана без озбиљне депресије да ли то значи да напредује у лечењу?
10. У просеку, копир машина се заглави два пута дневно. Нека X означава број заглављивања машине током 7 дана.
- а) Одредити очекивање од X .
- б) Одредити дисперзију од X .
- в) Одредити вероватноћу да се машина заглави мање од 8 пута током тог периода.
- г) Одредити вероватноћу да се машина заглави више од 12 пута током тог периода.
- д) Одредити вероватноћу да се машина заглави између 14 и 18 пута током тог периода.
- ђ) Ако се машина заглави више од 23 пута, да ли се може сумњати у њену исправност?

Задаци за вежбу

1. Одредити да ли је случајна величина дискретна или непрекидна и ако је дискретна одредити вредности које узима:
- а) случајна величина T представља време потребно спасилачкој служби да реагује на позив;
- б) случајна величина X представља изгубљену телесну масу у једној недељи;
- в) случајна величина L представља дужину трајања позитивног ефекта у лечењу леукемије након што пацијенти успешно приме прву терапију;
- г) случајна величина P представља број газираних пића који се на дневном нивоу продају у продавници.
2. Одредити закон расподеле случајне променљиве D која представља разлику између добијених вредности при бацању коцкица, једне црвене и једне беле (црвена минус бела).
3. Број деце у породицама које примају социјалну помоћ је мањи него у прошлости. Расподела вероватноће за ову променљиву је приказана у табели:

$$X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.10 & 0.15 & 0.27 & 0.30 & ? \end{pmatrix}$$

- а) Одредити $P\{X = 4\}$.
- б) Одредити $P\{X \leq 2\}$ и $P\{X < 2\}$.
- в) Одредити вероватноћу да случајно изабрана породица која прима социјалну помоћ има једно, двоје или троје деце.
4. Расподела вероватноће случајне величине X представља број курсева које студент слуша у последњем семестру последње године студија.

$$R: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0.05 & 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}$$

- а) Одредити средњу вредност за X
 - б) Одредити $E(X)$.
 - в) Одредити $E(X^2)$.
 - г) Одредити дисперзију и стандардно одступање за X .
5. Жена купује осигурање стана по цени од 125 евра годишње. Њен намештај је осигуран на максималну своту до 10000 евра. Осигуравајућа кућа сматра, на основу прошлих искустава, да су вероватноће за одштетним захтевом у висини од 500, 1000, 5000, 10000 евра 0.1, 0.02, 0.01, 0.001, редом. Да ли ће компанија остварити профит од 10 евра по полиси?
6. Претпоставља се да ће се код 40% ХИВ - позитвних особа вирус развити у сиду. Петнаест особа заражених ХИВ вирусом је случајно изабрано и тестирано на сиду. Нека је X број позитвних особа на ХИВ.
- а) Одредити $E(X), D(X), \sigma$.
 - б) Одредити израз за расподелу вероватноће.
 - в) Одредити вероватноћу да ниједна од тестираних особа није позитивна на сиду.
 - г) Одредити вероватноћу да је барем једна особа позитивна на сиду.
7. Од укупног броја штампача који се користе у кућним условима, 80% у почетку ради исправно. Осталим је потребне минимално подешавање. Продавац продаје 10 комада у посматраном месецу.
- а) Одредити вероватноћу да барем 9 штампача ради исправно након инсталације.
 - б) Претпоставимо да се у току 5 месеци прода 10 комада месечно. Одредити вероватноћу да ће барем 9 штампача радити исправно у сваком од 5 месеци?
8. Чопор лавова сваког дана са вероватноћом 0.07 успева да улови плен, независно од успеха претходних дана.
- а) Израчунати просечан број дана без улова.
 - б) Израчунати вероватноћу да чопор 20 дана за редом не улови ништа.
9. Претпоставља се да код здраве особе број белих крвних зрнаца износи 6000 по кубном милиметру (mm^3) крви. Узето је на посматрање $0.001 mm^3$ крви. Нека је X број пронађених белих крвних зрнаца. Код здраве особе, која је очекивана вредност од X ? Ако је највише једна бела крвна ћелија пронађена, да ли то доказује недостатак белих крвних зрнаца у организму?
10. Државу погоди приближно 500 земљотреса годишње који су довољно јаки да се осете. Међутим, они са деструктивним магнитудама се јављају једном годишње. Одредити вероватноћу да ће у периоду од 6 месеци државу погодити земљотрес са деструктивним магнитудама. На основу вероватноће дешавања, одредити могућност 3 или више земљотреса са деструктивним магнитудама у посматраном периоду.