

ĐURO KUREPA

(1907-1993)

Autor: Žarko Mijajlović

Đuro Kurepa

– Žarko Mijajlović –

Profesor Đuro Kurepa pripada uskom krugu naših najznačajnijih matematičara. Pored važnih doprinosa matematici, za sobom je ostavio neizbrisiv uticaj na razvoj savremene matematike u prethodnoj Jugoslaviji. Njegovo ime prepoznato je u širokim međunarodnim matematičkim krugovima, dok se njegovi rezultati nalaze u skoro svakoj savremenoj knjizi iz teorije skupova.

Moguće je da su neki važni detalji iz Kurepine biografije ostali nezabeleženi na ovom mestu. Neko opravdanje možemo potražiti ne u zaboravu, već u njegovoj veoma bogatoj životnoj i stručnoj biografiji. Pre svega profesor Kurepa imao je izuzetno veliki i raznovrstan naučni opus. Proputovao je mnoge zemlje sveta i posetio glavne matematičke centre, neke i po nekoliko puta. U svojoj zemlji bio je jedan od glavnih organizatora i pokretača naučnog, stručnog i pedagoškog rada u matematici. Imao je bogatu prepisku sa značajnim ličnostima iz sveta. Zato je prosto nemoguće očekivati da jedan autor predstavi potpuni životopis ovakve ličnosti, naročito na jednom mestu i u ograničenom obimu.

Đuro Kurepa se rodio 16. avgusta 1907. u Majskim Poljanama kod Gline u Srpskoj Krajini kao četrnaesto i poslednje dete Radeta (1870-1909) i Anđelije (1869-1950, rođene Mraković) Kurepa. Prema porodičnom predanju Kurepini preci po očevoj liniji doselili su se u Krajinu iz Crne Gore, sa Durmitora. Ipak, o tome nema pouzdanih podataka. Spomenimo da je Kurepino kršteno ime bilo Đurađ. Ime je promenio u Đuro za vreme Drugog svetskog rata. Posebno je bio blizak sa braćom Milanom i Vasiljem i sinovcem Božidarom, Milanovim sinom. Božidara je kao komunistu za vreme Drugog svetskog rata u Zagrebu proganjala policija. Kurepa je Božidara skrivao i pomagao, ali su ustaše Božidara na kraju ipak otkrile i ubili. Đuro Kurepa nije bio jedini izdanak od nauke u svojoj porodici. Milanov sin je Svetozar Kurepa, jedan od vodećih posleratnih zagrebačkih matematičara. Milan Kurepa, sin Vasilja je ugledni beogradski fizičar i član SANU.

Osnovnu i srednju školu Kurepa je pohađao u Majskim Poljanama, Glini i Križevcima. Paralelno je učio i završio Srednju poljoprivrednu školu i Realnu gimnaziju (kao privatan učenik). Diplomirao je teorijsku matematiku i fiziku na Filozofskom fakultetu Univerziteta u Zagrebu 1931. i to studijsku grupu: a) Teorijska matematika, b) Racionalna mehanika i teorijska fizika, c) Fizika. Među tamošnjim profesorima koji su u nauku uveli

mladog Kurepu bio je i Vladimir Varićak (1865-1942), ugledni matematičar srpskog porekla, član akademija u Zagrebu i Beogradu. Profesor Kurepa je sa Varićakom po odlasku u Pariz imao prepisku, a kasnije često spominjao kao primer dobrog matematičara i profesora.

Đuro Kurepa ženio se dvaput. Prvi put sa prof. Martinis Ružicom (rođenoj u Beču 1903, preminula u Zagrebu 1965.). Sa njom je imao jedno dete, Boženu, koja je tragično preminula u Zagrebačkom porodilištu 1945. Drugi brak imao je sa prof. Jagić Nadom (rođenoj u Novočerkasku 1919, preminula u Beogradu 1973.). Spomenimo da je Nada bila praunuka Vatroslava Jagića (1838-1923), poznatog slaviste i profesora univerziteta u Odesi, Berlinu, Petrogradu i Beču, člana mnogih svetskih i svih slovenskih akademija. Đuro i Nada imali su četvoro dece: Snježanu, Radomira, Nadu i Jurij-Arhimeda. U vreme pisanja ovog članka, Nada i Jurij žive u Beogradu, Radomir u Hrvatskoj i Snježana u Južnoj Africi.

Period 1932–1935 Kurepa provodi u Parizu na *Faculté des Sciences* i *Collège de France*. Državni doktorat stekao je odbranom doktorske disertacije *Ensembles ordonnés et ramifiés* 1935. na Sorboni pred komisijom čiji su članovi bili Paul Montel (predsednik), Maurice Fréchet (mentor), i Arnaud Denjoy. Potom se specijalizirao i usavršavao u nekim od najboljih institucija u svetu. Najpre, u jesen 1937, u Varšavi kod profesora W. Śierpińskiego, onda jednog od vodećih specijalista za teoriju skupova i odmah potom nekoliko meseci u Parizu. U drugoj polovini 1950. godine posećuje univerzitet u Bostonu zatim matematičke departmane univerziteta u Čikagu, Berkliju i Los Angelesu. U zimskom semestru 1959. gostuje na *Institute of Advanced Studies* u Princetonu. Usput je Kurepa postao poliglota. Znao je i aktivno koristio više stranih i klasičnih jezika: francuski, engleski, nemački, ruski, španski, italijanski, esperanto, latinski i starogrčki. U mlađim danima koristio je stenografiju. U početku naučne radove pisao je na francuskom, kasnije je prešao uglavnom na engleski, mada je napisao nekoliko radova na nemačkom, italijanskom i ruskom. Često se dešavalo da su na međunarodnim skupovima učesnici Kurepi postavljali pitanja na svom maternjem jeziku. Kurepa bi odmah, na iznenađenje prisutnih, odgovarao i vodio raspravu sa svakim od sagovornika na njegovom jeziku. Bio je odličan govornik te je na sličnim skupovima držao prigodne govore na tri-četiri jezika i pritom nije koristio beleške niti pisane referate.

Kurepino prvo zaposlenje bilo je na Univerzitetu u Zagrebu 1931. godine, gde je radio godinu dana kao asistent za matematiku, sve do odlaska na doktorske studije u Pariz. Po povratku u Zagreb 1937. kratko vreme radio je u srednjoj školi, a zatim je na Filozofskom fakultetu zagrebačkog Univerziteta 1938. izabran za docenta, za vanrednog profesora 1945. i za

redovnog profesora 1946. godine. U Zagrebu je predavao do 1965. kada prelazi u Beograd. Zapravo, te godine pozvan je za redovnog profesora na Prirodnomatematičkom fakultetu, gde ostaje do kraja svog radnog veka. Istovremeno je imao poziv za profesuru na Univerzitetu u Bulderu u SAD, ali profesor Kurepa dao je prednost Beogradu.

U Beogradu od nastavnika zatiče Konstantina Orlova koji je te godine izabran za redovnog profesora, vanredne profesore Borivoja Rašajskog, Slobodana Aljančića, i Vojina Dajovića, i docente Zagorku Šnajder, Dragomira Lopandića, Milorada Bertolina, Milosava Marjanovića, Slavišu Prešića i Zorana Ivkovića. Kurepa i Orlov bili su na Grupi za matematiku najstariji i jedini matematičari koji su doktorirali pre Drugog svetskog rata.

Ta godina bila je po mnogo čemu prelomna za razvoj matematike, naučnog i nastavnog rada na Matematičkom odseku ovog fakulteta. Negde u to vreme došlo je do smene naučnih generacija. Iz raznih razloga profesori starije generacije nisu više delovali na fakultetu. Jovan Karamata otišao je u svet još davne 1951, Miloš Radojčić takođe 1959, profesor Tadija Pejović otišao je u penziju 1963, a profesor Dragoljub Marković iznenada je umro upravo 1965. Najviše zaslugom mlađih nastavnika u redovnu i postdiplomsku nastavu uvode se nove matematičke discipline: matematička logika, savremena algebra, topologija, funkcionalna analiza, diferencijalna geometrija, teorije verovatnoće i druge oblasti. Osniva se nekoliko naučnih seminara od kojih većina traje i do danas. U početku uloga seminara bila je da se polaznici upoznaju sa savremenim dostignućima u ovim oblastima. Seminari ubzo postaju opšta mesta naučnog rada i povezivanja matematičara sličnih afiniteta, ne samo sa Fakulteta i iz Beograda već iz cele Srbije pa i drugih mesta u Jugoslaviji. Objavljuju se nove knjige sa savremenim sadržajima. Spomenimo prvu knjigu ove vrste, *Uvod u funkcionalnu analizu* profesora Aljančića, štampanu 1963. To je kod nas prva knjiga iz te oblasti i vesnik ovih promena. Knjiga je imala ogroman značaj za razvoj novouvedenog III stepena studija, i šire, za razvoj čitave oblasti matematičke analize kod nas. U Beogradu gostuju ugledni matematičari iz sveta, spomenimo, na primer, velike matematičare A. Tarskog, P.S. Aleksandrova i P. Erdösa. Organizuju se međunarodni simpozijumi i konferencije koje imaju odjeka u svetu. Velikom zaslugom profesora Dajovića, inače ličnog Kurepinog prijatelja, osniva se 1966. Matematička gimnazija koja okuplja mlade talente u matematičari. Mlađi naučni radnici i asistenti po pravilu odlaze na usavršavanje u inostranstvo, ne samo u tradicionalne centre u Rusiji i Francuskoj, već i u SAD, Nemačkoj i Engleskoj. U društvu se prepoznaje da diplomirani matematičari nisu samo profesori srednje škole, ili naučnici jedne teške i zatvorene nauke, već i stručnjaci koji mogu mnogo da doprinesu u industriji

i drugim oblastima od opšteg interesa. Mora se priznati da je u to vreme i Država pomogala ovakav razvoj događaja, pre svega otvaranjem novih radnih mesta na Fakultetu, stipendijama, značajnim finansiranjem naučnog rada i opremanjem biblioteka. Eto, u vreme ovih promena Kurepa dolazi u Beograd. Profesor Kurepa je kao veoma jak matematički duh, veliki autoritet i odličan poznavalac savremenih matematičkih disciplina pomogao ovakav razvoj matematičkih nauka u Srbiji. U mnogim od ovih događanja direktno je učestvovao ili je bio njihov organizator. Evo jednog primera. Godine 1968. održan je prvi od pet međunarodnih simpozijuma *Topologija i njene primene* u čijem su radu učestvovali vodeći topolozi iz Evrope, SAD i drugih zemalja. Članovi Katedre bili su organizatori ovih simpozijuma zajedno sa topolozima iz drugih jugoslovenskih centara. Profesor Kurepa bio je glavni organizator i predsednik organizacionog odbora tri puta.

Uticaj profesora Kurepe na razvoj matematičkih nauka u prethodnoj Jugoslaviji bio je zaista veliki. Kao profesor Univerziteta u Zagrebu uveo je nekoliko novih matematičkih disciplina, uglavnom koje se odnose na osnove matematike i teoriju skupova. O tome svedoče i reči zagrebačkog matematičara Kajetana Šepera: "*Profesor Kurepa nije bio samo profesionalni matematičar, već pravi naučnik, filozof i humanista u pravom smislu ovih reči. Bio je pionir i osnivač u oblasti matematičke logike i zasnivanja u Hrvatskoj i modernih matematičkih teorija u Hrvatskoj i Jugoslaviji. On je bio katalizator, inicijator i nosilac matematičkih nauka kod nas.*"¹

Drugom prilikom² vodeći zagrebački matematičar Sibe Mardešić rekao je "*Svojim radom i uticajem na Univerzitetu u Zagrebu, posebno uvodeći moderne aspekte u matematiku, Kurepa je dao veliki doprinos našem društvu.*"

Mada je po dolasku u Beograd bio već u relativno poznim godinama, njegov uticaj na beogradsku matematiku može se opisati skoro istim rečima. Profesor Kurepa izlagao je najnovije rezultate iz različitih matematičkih disciplina kroz redovne i postdiplomske kurseve, seminare i predavanja na Prirodnomatematičkom fakultetu i Matematičkom institutu. Teme njegovih predavanja uključivale su: problem beskonačnosti i kontinuuma pitanja nezavisnosti iz kardinalne i ordinalne aritmetike, uređene skupove i opštu topologiju. Ali Kurepa se zanimao i za druge teme. Dao je vredne doprinose u razvoju sledećih disciplina na Beogradskom univerzitetu: analiza, algebra, teorija brojeva, pa i u disciplinama u nastajanju, kod nas

¹Simpozium: Set theory. Foundations of mathematics, International Symposium dedicated to Đuro Kurepa, Beograd 1977.

²*Professor Đuro Kurepa*, Glasnik Matematički Vol. [28](48), 1993, No.2, pp. 333-343.

kao što je računarstvo i linearno programiranje. O njegovoj matematičkoj univerzalnosti kazuju i univerzitetski kursevi koje je predavao: algebra, algebarske strukture, diferencijalni i integralni račun, kompleksna i realna analiza, diferencijalne jednačine (obične i parcijalne), topologija i teorija skupova. Vodio je više seminara i specijalnih kurseva na postdiplomskim studijama, uglavnom iz teorije skupova i opšte topologije. Od ostalih univerzitetskih aktivnosti spomenimo da je bio član matičnih odbora a zatim i honorarni profesor matematike Fakulteta organizacionih nauka (1971) i Multidisciplinarnog centra Beogradskog univerziteta. Sa navršениh 70 godina, 1977. godine odlazi u penziju i postaje *profesor emeritus*.

Profesor Kurepa imao je kontakte sa beogradskim matematičarima mnogo pre svog dolaska u Beograd. Publikovanjem svoje disertacije *in extenso* u *Publications Mathématiques de l'Université de Belgrade*, 4 (1935), 1–138, Kurepa je ostvario prvi kontakt sa beogradskom matematičkom sredinom. Početkom pedestih, ovi kontakti postali su dublji i češći. Tako, u članku³ profesora Zlatka Mamuzića možemo videti da je Kurepa pozvan već 1952. da poseti Univerzitet u Beogradu. Tom prilikom održao je predavanje iz matričnog računa i takođe održao seminar sa temama iz teorije skupova, topologije i algebre. Učesnici seminara bili su onda mladi, kasnije poznati naši matematičari: Časlav Stanojević, Mirko Stojaković, Simon Četković i drugi. Učestvovanjem u radu ovih seminara, matematičari su dobijali ideje za svoje radove, dok su postdiplomci dobijali teme za svoje magistarske i doktorske disertacije. Veliki broj ovih tema formulisao je ili podstakao sam Kurepa. Ovi radovi uključuju skoro sve doktorske disertacije starije generacije topologa i mnogih algebrista iz cele (prethodne) Jugoslavije: Svetozara Kurepe, Zlatka Mamuzića, Sibe Mardesića, Pavla Papića, Viktora Sedmaka, Ljube Martića, Dragiše Mitrovića, a zatim nekoliko godina kasnije matematičara: Ljubomira Ćirića, Radeta Dacića, Milosava Marjanovića, Veselina Perića, Milana Popadića, Ernesta Stipanića, Mirka Stojakovića, Pavla Miličića. Profesor Kurepa bio je rukovodilac skoro stotinu magistarskih i doktorskih disertacija, samo doktorskih kandidata 42 puta, između ostalih i akademika mlađe generacije, Steve Todorčevića i Aleksandra Ivića. Od ostalih naših matematičara na koje je profesor Kurepa uticao bilo kao mentor, član doktorske komisije ili na drugi način, spomenimo imena: Miroslav Ašić, Đorđe Dugošija, Nataša Božović, Aleksandar Jovanović, Dušan Ćirić, Milena Jelić, Gojko Kalajdžić, Ljubiša Kočinac, Žarko Mijajlović, Nada Miličić, Mila Mršević, Marica Prešić, Zoran Šami, Ratko Tošić.

³ *Povodom 35 godina knjige „Teorija skupova” profesora Đura Kurepe* Istorijski spisi iz matematike i mehanike, Istorija matematičkih i mehaničkih nauka, knj. 2, Matematički institut, Beograd, 1989.

Mnogi od ovih matematičara nastavili su i dalje razvijali Kurepino delo, u čemu se posebno ističe ime Steve Todorčevića. Pored toga, bio je član komisija za pismenu ocenu tri doktorske disertacije odbranjene u Indiji.

Profesor Kurepa bio je u kontaktu sa mnogim matematičarima iz sveta najvišeg ranga. Zahvaljujući tome, neki od njih tokom šesdestih i sedamdesetih posetili su Beograd: A. Tarski, P.S. Aleksandrov, P.Erdős, M. Krasner, N.A. Shanin, T. Jech, K. Devlin i drugi. Profesor Kurepa naročito je bio ponosan na svoj susret sa Nikolom Teslom, najvećim srpskim naučnikom i inženjerom. Prema Tesli gajio je posebno poštovanje i često isticao Teslino ime kao uzor velikog naučnika i čoveka. Pisao je o Tesli i držao prigodne govore na memorijalnim skupovima posvećenim ovom velikanu. Kurepa se sretao i sa drugim značajnim ličnostima iz nauke XX veka, na primer sa Albertom Ajnštajnom i Kurtom Gödelom. Nisu to bili kurtoazni susreti, naprotiv Kurepa je u ovim prilikama raspravljao razne stručne teme. Na primer, poznato je da se Gödel zanimao i za kosmološke modele, pa je i sam postavio jedan takav model koji je danas poznat pod njegovim imenom. S obzirom da je Gödelov glavni rad bio u osnovama matematike, jednom prilikom naš kolega Dragi Radojević, inače teorijski mehaničar, održao je predavanje na Seminaru za matematičku logiku o ovom Gödelovom radu u teorijskoj mehanici. Tom prilikom pitali smo profesora Kurepu da li mu je poznata ova Gödelova teorija. Odgovorio je da je diskutovao sa Ajnštajnom upravo na tu temu i da sâm Ajnštajn nije imao naročito povoljno mišljenje o tom modelu.

Pisac ovih redova imao je priliku i sreću da je kod profesora Kurepe slušao (i polagao) fundamentalne predmete redovnih studija, dva kursa matematičke analize i jedan kurs algebre, a na postdiplomskim studijama kurs iz Teorije skupova. Njegova predavanja bila su zanimljiva i slikovita. Ponekad, prateći neku svoju matematičku misao umeo je da u izlaganju ode predaleko za studentski auditorijum. Školsku tablu nije brisao za vreme svojih predavanja, već je tražio i najmanji slobodan prostor gde bi ispisao još koju formulu. Na ispitima je bio strog ali pravičan. Studenti su uvek odgovarali javno i pred tablom. Dešavalo se da se profesor naljuti zato što je student nešto obrisao sa table, pre nego zbog njegovog neznanja. S druge strane dobar odgovor bi pohvalio i nagradio lepom ocenom, dok bi se komentar koji bi potom usledio često pretvorio u malo predavanje. Studenti su profesora Kurepu veoma poštovali i cenili ali ipak se i pomalo pribojavali. Umeo je profesor da postavi za sebe sasvim prirodno, ali za studenta veoma nezgodno pitanje. Studentske pisane radove, kao uostalom kompletnu prepisku i ostale dokumente, čuvao je decenijama. Jednom se desilo da su rezultate koje je Kurepa najavio u svom pismu primaoci zloupotrebili, tj.

prisvojili ne spominjući Kurepino ime. Od tada je Kurepa čuvao kopiju svakog poslatog pisma. Njegov dosta prostran radni kabinet na fakultetu i radna soba kod kuće bili su pretrpani knjigama, pismima, časopisima, separatima i raznim drugim papirima. Ipak, izgleda da je u svoj toj gužvi postojao određen red i da se u tome nekako snalazio. Ukoliko bi neko od poznatih zamolio Kurepu za neku retku knjigu ili stari separat, već za par dana dotični kolega imao bi traženi spis u rukama, istina uz potpisan revers. Negde sredinom osamdesetih profesor Kurepa raščišćavao je svoj kabinet jer je trebalo da isti ustupi fakultetu. Svojim bivšim studentima, sada već kolegama u četrdesetim godinama, uredno je vratio njihove radove. Tako sam posle skoro dvadeset godina dobio natrag seminarski rad koji sam pisao kod profesora kao student druge godine redovnih studija.

Slični maniri odlikovali su učešća profesora Kurepe na stručnim seminarima i sastancima. Ako je po završetku predavanja izostala njegova diskusija ili komentar, to je obično značilo da predstavljeni rezultati nisu bili zanimljivi. To je uglavnom bila njegova najžešća kritika. Komentare je imao samo za dobre rezultate. Zato je predavaču uvek bilo stalo da na kraju čuju diskusiju profesora Kurepe, jer ona je po pravilu nosila određenu ocenu rezultata i same teme. Profesora Kurepu je prema kolegama odlikovalo džentlmenско ponašanje ali i određeno odstojanje. Od njega se nije mogao čuti loš komentar o drugim osobama, ali bi zato dobar naučni rezultat kolege javno pohvalio, pamtio pa i predstavljao na inostranim skupovima i seminarima tokom svojih čestih putovanja. Ponekad bi neko od kolega pokušao da Kurepu upozna sa nekom tekućom aferom na fakultetu. Njegova reakcija svela bi se na kratak odgovor "Zaista? Nisam znao!" ili "Zaista neprijatno!" i prosto bi otišao. Jednostavno, profesora Kurepu zanimala je uglavnom matematička strana njegovih kolega i saradnika. To ipak nije značilo da nije pomagao kolegama, naročito mlađim saradnicima. Njegovom zaslugom nekolicina mladih matematičara primljeno je na Fakultet za asistente. Pratio ih je i podsticao u naučnom radu, a njihove vrednije rezultate uključivao i citirao u svojim radovima i knjigama.

Profesor Kurepa pokazivao je posebno zanimanje za probleme nastave na svim nivoima. Aktivno je učestvovao u stvaranju novih nastavnih programa, a njegovi mnogobrojni udžbenici iz matematike za osnovnu i srednju školu (oko 50 naslova) ostavili su trajan trag. Samo je *Školska knjiga* u Zagrebu izdala 23 naslova, gde je Kurepa autor ili koautor. U svim njegovim knjigama izlaganje je imalo skupovni karakter u skladu sa savremenim tendencijama. Od ovih knjiga najvažniji su obimni univerzitetski udžbenici *Teorija skupova*, *Školska knjiga*, Zagreb, 1951. i dvotomna *Viša Algebra*, koju je štampala ista izdavačka kuća 1965. *Višu algebru* ponovo je izdao

beogradski Zavod za izdavanje udžbenika 1969, nešto dopunjenu, naročito rezultatima domaćih matematičara.

U svojim predavanjima i uopšte u javnim i pisanim izlaganjima matematičkog karaktera, posebnu pažnju je posvećivao pojmovima iz osnova matematike. Naglašavao je da se u matematici sve svodi na pojam funkcije ili skupa. Za razliku od većine drugih naših teorijskih matematičara, bio je naklonjen matematičkoj logici, povezivanju matematike i drugih nauka i generalnim vezama između matematike i prirodnih pojava. O tome na jednom mestu kaže: *"Polivalentnost struktura ima i ovaj aspekt, izraziv u sledećoj formi: Svaki fenomen je generator određene matematičke ili logičke strukture dobijene iz prelaska od posebnog prema opštem. Jedan od fundamentalnih ciljeva je da se nađe gde se data struktura pojavljuje i sa kojim stepenom tačnosti odslikava tu pojavu"*. Isticao je bitnu ulogu kvantora *svaki* i *postoji*, ili, kako ih je on nazivao, kolikovnika. U tom smislu parafrazira čuvenu Hilbertovu izreku o ulozi Kantorove teorije skupova: *"Nova nauka o kvantorima je pravi matematički raj"*. S druge strane, svoj opšti stav o položaju matematike jednom prilikom Kurepa je ovako opisao: *"Aei ta fainomena mathematikeytai — The Phenomena are always creating mathematics — Pojave uvek matematikuju"*.

U međuvremenu, kao gostujući profesor boravi na *Columbia University* u Njujorku (Letnja škola 1959.) i na Univerzitetu u Bulderu, Kolorado, 1960. Pored univerzitetskih predavanja Kurepa je takođe uspešno organizovao naučni rad na Fakultetu i Matematičkom institutu SANU i bio je vrlo aktivan u administrativnim poslovima. Od 1943. do 1965. bio je upravnik Matematičkog zavoda Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, potom i upravnik Instituta za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Beogradu. Celu deceniju, u periodu 1970-1980, bio je upravnik Odeljenja za matematiku Matematičkog instituta SANU. Napomenimo da su se u to vreme najvažnije naučne i stručne aktivnosti beogradskih matematičara odvijale u okviru ovog odeljenja Matematičkog instituta. Kratko vreme bio je i v.d. direktora Matematičkog instituta (1968-69) u Beogradu. Ostale njegove dužnosti uključivale su sledeće funkcije: predsednik Saveta Prirodnomatemičkog fakulteta u Beogradu, predsednik Naučnog veća Matematičkog instituta SANU (1966-68), predsednik Unije matematičkih instituta Jugoslavije, predsednik Prosvetnog saveta Srbije (1968-72).

Profesor Kurepa bio je član redakcija nekoliko uglednih naučnih časopisa: zagrebačkog *Glasnik matematičko-fizički i astronomski* (1945-65).

švajcarskog *L'Enseignement Mathématique* (1952–62), od 1973. beogradskih *Publications de l'Institut Mathématique*, i *Matematički vesnik*, nemačkog *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, indijskog *Pure Mathematics Manuscripts* od 1982 i sarajevskog *Radovi matematički ANU BiH* od 1985. Osnovao je 1971. međunarodni matematički časopis *Mathematica Balkanica* i potom niz godina bio njegov glavni urednik, a zatim počasni urednik. Na žalost, iz finansijskih razloga sedište redakcije seli se sredinom osamdesetih u Sofiju i sada se taj časopis tamo uređuje i izdaje. Pored ovih, profesor Kurepa ističe svoje članstvo u uredništvima sledećih stručnih časopisa: zagrebačkog *Priroda* (1945–53) i beogradskog *Nastava matematike i fizike*, odnosno *Nastava matematike*. U jednoj Kurepinoj autobiografskoj belešci iz 1989. možemo naći podatak da je do tada napisao 975 recenzija! Objavio je preko 600 naučnih i stručnih radova i drugih beleški. Sam ili kao koautor objavio je 33 knjige i udžbenika na srpskohrvatskom od kojih su mnoge doživele ponovljena izdanja, 14 na makedonskom, četiri na italijanskom i jednu na francuskom. Pored svega bio je saradnik najpoznatijih časopisa koji objavljuju prikaze naučnih radova iz matematike: američkog *Mathematical Reviews* i nemačkog *Zentralblatt für Mathematik*.

Pisao je članke i enciklopedijske odrednice o mnogobrojnim starim i savremenim, domaćim i stranim matematičarima pa i naučnicima drugih struka: Više puta o Nikoli Tesli i Vladimiru Varićaku, zatim o Vladimiru Dvornikoviću, Mihailu Petroviću, Josipu Plemelju, Elie Cartanu, George Boole-u, Luitzen Egbert Brouweru, Georg Cantoru, Girolomo Cardanu, Augustin Cauchy-u, Julius Dedekindu, Paul Lengvinu, René Descartes-u, Harald Bohru, Emil Borel-u, Jacques Hadamard-u, svom mentoru Maurice Fréchet-u, Waclaw Sierpińskom, Bernard Bolzanu i drugim.

Profesor Kurepa bio je dobitnik mnogobrojnih priznanja i nagrada. Tako, laureat je najvišeg priznanja stare Jugoslavije, Nagrade AVNOJ-a (1976). Pored ovog odlikovanja dobitnik je Ordena rada sa crvenom zastavom (1965) i Ordena zasluga za narod sa zlatnom zvezdom (1979). Bio je član američko-kanadskog Teslinog memorijalnog društva (1982), i dobitnik povelja *Bernard Bolzano* u Pragu 1981, i *granata Marin Drinov* Bugarske Akademije nauka u Sofiji 1987. Izabran je za redovnog člana SANU 1988, zatim je bio član Akademije nauka Bosne i Hercegovine od 1984. i dopisni član JAZU (Jugoslovenske akademije znanosti i umetnosti) od 1952. Vidimo da je SANU dugo odlagala njegov izbor, izabran je u Akademiju tek u svojoj 81. godini. Ali, Akademija je verovatno imala svoje razloge, po svoj prilici van nauke, za takav stav. Ipak, Kurepin izbor u SANU istovremeno je bio

izbor za redovnog člana Akademije, što se retko dešavalo. Takođe je bio član i jedan od osnivača Naučnog društva Srbije 1969.

Pored članstva u ovim institucijama bio je član mnogih drugih domaćih i stranih stručnih udruženja i u njima često imao visoke funkcije. Tako, bio je član, osnivač i predsednik Društva matematičara i fizičara Hrvatske, potpredsednik Hrvatskog prirodoslovnog društva (1947-51), član društava matematičara Srbije, Francuske (od 1936), SAD (od 1950), Zapadne Nemačke (od 1983), Association for Symbolic logic (od 1952), Leibnitz Gesellschaft u Hanoveru (od 1976). Zatim je bio dopisni član Svetske federacije naučnih radnika (od 1981), Predsednik Saveza društava matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije (1955-60), predsednik Balkanskog matematičkog saveza, supredsednik istog Saveza (od 1984.), predsenik Jugoslovenske komisije za matematiku (1970-80), predstavnik Jugoslavije na glavnim skupštinama Međunarodne matematičke unije (u Rimu 1953, Hagu 1954, St. Endrju 1958, Švedskoj 1962, Sovjetskom Savezu 1966, Francuskoj 1970, Vankuveru 1974. i Helsinki-u 1978.). Takođe je bio potpredsednik Međunarodne obrazovne matematičke komisije (u tri saziva po četiri godine 1952-62).

Organizovana su dva međunarodna simpozijuma posvećena delu profesora Kurepi u nauci. Prvi je održan krajem avgusta 1977. u Beogradu povodom navršenih sedamdeset godina života Đure Kurepe pod nazivom "*Set theory. Foundations of Mathematics*". Skup je organizovao Matematički institut SANU uz pomoć Internacionalne unije matematičara i nekoliko srpskih državnih institucija. U poslovima koje je smatrao važnim voleo je da ima odlučujuću ulogu. Tako je bilo i ovom prilikom, tj. predsednik Organizacionog odbora bio je Đuro Kurepa, bez obzira što je skup bio njemu posvećen. Naučni komitet skupa činili su eminentni matematičari: Paul Koen, Jurij Jeršov, Džordž Krajsel i Peter Vopenka. I među učesnicima bilo je veoma uglednih stranih matematičara u oblasti teorije skupova i osnova matematike: njegov lični prijatelj Mihail Krasner, B.S. Stečkin, T. Jech, N.A. Šanin, G. Kreisel, M. Loi, J.P. Burgess i K. Namba. Iako je skup imao relativno mali broj učesnika, oko tridesetak, bilo je zapaženo učešće grupe matematičara iz Zagreba (M. Mihaljinec, K. Šeper i D. Rosenzweig)⁴. Drugi, dvodnevni simpozijum održan je krajem maja 1996. takođe u Beogradu u prostorijama Matematičkog fakulteta, pod nazivom "*International mathematical symposium dedicated to the memory of Đuro Kurepa*". Ovaj skup organizovali su zajednički Srpsko naučno društvo, Matematički

⁴*Proceedings of the Symposium "Set Theory, Foundations of Mathematics*. Zbornik radova N.S. knj. 2(10), Beograd 1977, Mat. Inst. SANU.

fakultet, Matematički institut SANU i Savez matematičkih društava Jugoslavije. Predsednik Organizacionog odbora bio je Stevo Todorčević, najuspešniji Kurepin učenik i nastavljajući njegovog dela. Pored velikog broja domaćih učesnika, na skupu je učestvovalo i petnaestak matematičara iz inostranstva. Između ostalih skupu su prisustvovali Menahem Magidor, jedan od vodećih stručnjaka u svetu u oblasti teorije skupova i Rektor Hebrew univerziteta u Jerusalimu, Stylianos Negrepontis iz Atine, Theodoros Bolis, tada predsednik Grčkog matematičkog društva, Nuel Belnap i Scheepers Marion iz SAD, Vladimir Sharko iz Ukrajine, Joshi Santish iz Indije i drugi. Na simpozijumu je prezentovano preko sedamdeset radova. Izabrani radovi sa ovog skupa štampani su u posebnom broju glasila Naučnog društva Srbije, Scientific Review. Takođe, jedan broj časopisa Publications de L'Institut Mathématique⁵ posvećen je Đuri Kurepi. U njemu su između ostalih radove objavili i posvetili ih Kurepi veliki svetski matematičari Paul Erdős i Saharon Shelah. Već iduće godine Matematički institut SANU objavljuje knjigu *Selected Works of Đuro Kurepa* izabranih Kurepinih radova. Knjigu su priredili A. Ivić, Z. Mamuzić, Ž. Mijajlović (glavni urednik) i S. Todorčević.

O raznim aspektima naučnog delovanja profesora Kurepe pisao je veći broj naših autora: Z. Mamuzić, S. Mardešić, P. Papić, R. Dacić, E. Stipanić, B. Stanković, S. Todorčević, A. Ivić, M. Grulović, Lj. Kočinac i Ž. Mijajlović. Za detaljan opis i analizu Kurepinog naučnog rada, čitaocu posebno obraćamo pažnju na autorske priloge urednika u knjizi *Selected works of Đuro Kurepa*.

Profesor Kurepa bio je vema aktivan i u dubokoj starosti. Veoma često dolazio je u biblioteku Matematičkog instituta uvek noseći prastaru, već legendarnu torbu punu nekih papira koje je ljubomorno čuvao. Ponekad bi nam na nekom seminaru priredio iznenađenje i neki od tih spisa pokazao i pročitao. Na primer, originalni rukopis doktorske disertacije čuvenog matematičara Brauera (L.E. Brouwer), ili prepisku sa vodećim poljskim matematičarem Kuratovskim. Nije propuštao sednice Odeljenja za matematiku i sastanke Seminara za matematičku logiku petkom, niti sednice Redakcionog odbora Publications-a. Na seminarima je vredno hvatao beleške sa predavanja svih predavača bez izuzetka. I po duhu i po radnom elanu bio je svežiji od velikog broja mnogo mlađih kolega. Pisao je i dalje naučne radove, od kojih se nekoliko pojavilo tek posle njegove smrti. Istina, to su bili uglavnom radovi retrospektivnog karaktera, ali ipak su imali matematičku težinu i prepoznatljiv Kurepin duh i stil. Kao čoveku univerzalnog duha kojem granice bilo koje vrste nisu bile bliske, veoma

⁵57(71), 1995.

teško je podnosio raspad prethodne Jugoslavije početkom devedesetih. Tim povodom napisao je protestno pismo tadašnjem američkom predsjedniku Džordžu Bušu. Za razliku od sagovornika, njegovi komentari na tu temu nisu bili žestoki. Ponekad bi tužnog i ozbiljnog lica o tome škrto progovorio. Spominjući Jugoslaviju i svoj rodni kraj rekao bi "Znate, ovi događaji veliko su zlo. To što se dešava Srbima u Krajini i Hrvatskoj nečovečno je i zaista strašno". Ovo je valjda najteža ocena i kritika o nekoj stvari koju sam čuo od profesora Kurepe.

Sve do kraja Kurepa je bio veoma vitalan i dobrog zdravlja. Profesor Đuro Kurepa umro je iznenada 2. novembra 1993. godine. Ta 1993. godina i naročito jesen bile su veoma tmurne i nesrećne za naš narod i našu zemlju. Ova činjenica, kao i neočekivana Kurepina smrt verovatno su razlog zašto je ovaj događaj obojen određenom dozom nepotrebne kontroverze. O tome se dosta pisalo u dnevnoj štampi, na žalost često dajući prevagu raznim nagađanjima u odnosu na veliko delo Đure Kurepe u nauci.

Naučni rad Đure Kurepe

Nekoliko opštih karakteristika odlikuju naučni rad Đure Kurepe. Pre svega, Kurepa ima veoma veliki naučni opus. Publikovao je preko 200 naučnih radova⁶ i više od 700 drugih spisa: knjige, članke i preglede. Prvi naučni rad objavio je već 1933. u francuskom časopisu *C. R. Acad. Sci. Paris* **197**, dok je poslednji njegov rad štampan je 1993. Objavljivao je radove u časopisima širom sveta, a neki od njih štampani su u najpoznatijim matematičkim časopisima, na primer: *Mathematische Annalen*, *Izvestiya Akademii nauk SSSR*, *Fundamenta Mathematicae*, *Acta Mathematica*, *Comptes Rendus de l'Académie des sciences*, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, *Journal of Symbolic Logic*, *Pacific Journal of Mathematics*. Mnoge njegove rasprave prevedene su po objavljivanju na engleski, francuski, italijanski i na druge jezike. Kurepa je takođe napisao nekoliko stotina prikaza za referativne žurnale *Mathematical Reviews* i *Zentralblatt für Mathematik*.

⁶Veoma je teško navesti tačan broj Kurepinih naučnih radova. Jedan broj radova bio je opšteg karaktera i po savremenim standardima nisu sadržavali nove naučne rezultate već su više izražavali poglede autora na matematiku pa i na druge naučne discipline. Sam Kurepa nije izdvajao radove "čistog" naučnog karaktera, već je u svojim kompilacijama bibliografije navodio sve svoje spise. S druge strane, u memorijalnom članku Z. Mamuzić piše da je Kurepa objavio najmanje 212 naučnih radova, dok u svom članku S. Mardešić u tom kontekstu navodi broj 170.

Druga karakteristika Kurepinih naučnih radova je da nije imao koautora osim par izuzetka. I tamo gde ih je bilo, nisu to bili značajniji radovi u odnosu na ukupno Kurepino delo. U radu *On the summation of fundamental fractions*, objavljenom u *Bulletinu* Francuskog matematičkog društva 1958. koautor je D. Đoković. U radu iz didaktike matematike predstavljenom na jednom simpozijumu u Italiji 1964. koutor je Kurepina supruga, Nada Kurepa. Napisao je takođe dva pregledna članka zajedno sa Bogumirom Schönöm o brojevima i realnim funkcijama za enciklopedijsko izdanje u više tomova *Gründzüge der Mathematik*, u izdanju Vandenhoeck Ruprecht, Göttingen, 1962. Ove knjige su takođe su objavljene na engleskom 1974. u izdanju MIT Press, Cambridge, Mass. U engleskom izdanju ima takođe članak o ordinalnim brojevima sa A. Aymansom.

Deo Kurepinih radova odlikovala je dosta komplikovana notacija. Često je uvodio nove oznake i termine što, je dodatno otežavalo čitanje pa ponekad i zamagljivalo osnovnu ideju članka. Ova odlika Kurepinih radova bila je izraženija u poznijim radovima. Nekad je žurio sa objavljivanjem, ne razvijajući do kraja uvedene ideje. Na primer, Kurepa je već 1934. uveo pojam pseudodistancijalnih prostora, ali nije izveo ni jedno njihovo značajnije svojstvo. Jedanaest godina kasnije Fréchet definiše *espaces écartisés* na sličan način kao Kurepa, izvodi njihova svojstva i dovodi u vezu sa uniformnim prostorima, pri tome ne citirajući Kurepu. Kao što ćemo videti, Kurepa je Fréchet-u to prigovorio. Fréchet se prilikom posete Beogradu izvinio Kurepi, ali je ipak napomenuo da je Kurepa ipak dao samo голу definiciju ovih prostora⁷.

Za razliku od većine drugih matematičara, Kurepa svoje ideje nije sakrivao. Naprotiv, izlagao ih je i u radovima i na predavanjima u vidu hipoteza i otvorenih problema. Naravno, drugi matematičari koristili su ove ideje, probleme rešavali, hipoteze potvrđivali, obarali, ili još češće dokazivali njihovu nezavisnost, tj. da je reč o novim postulatima. S druge strane, Kurepa je bio obdaren veoma jakom intuicijom. Umeo je kao retko koji matematičar da oseti dobar problem i da nasluti neku teoremu. Na primer, Kurepa je već 1935. izrazio uverenje da se na Suslinov problem i za neke druge probleme teorije skupova ne može dati neki decidan odgovor samo na osnovu standardnih aksioma teorije skupova. To je tvrdio i za CH (Kontinuum hipotezu), naime da može biti $2^{\aleph_0} = \lambda$ za bilo koji kardinalni broj λ koji zadovoljava uslov Königove leme, tj. uslov $\text{cf}(\lambda) > \aleph_0$. Tek posle trideset godina potvrđuju se Kurepina predviđanja, na primer Easton 1970. dokazuje ovu Kurepinu hipotezu o CH.

⁷Videti memorijalni članak Zlatka mamuzića iz 1994. posvećen Đuri Kurepi.

Glavni naučni rezultati Đure Kurepe su u teoriji skupova, opštoj topologiji i delom u teoriji brojeva. U okviru teorije skupova oni se mogu dalje klasifikovati na radove u teoriji parcijalno uređenih skupova, kardinalne funkcije u topologiji, beskonačnu kombinatoriku (račun particija u teoriji skupova) i aksiomatsku teoriju skupova. Ipak najvažnije Kurepini radovi odnose se na *drveta*, specijalnu klasu parcijalno uređenih skupova.

Drveta, parcijalno uređeni skupovi u kojima je svaki donji konus dobro uređen skup, mogu se smatrati prirodnom generalizacijom pojma ordinalnog broja. Ona čine specijalan tip *razvrstanih (ramifikovanih) skupova* koje je Kurepa uveo u svom najvažnijem delu, doktorskoj disertaciji *Ensembles ordonnés et ramifiés*⁸. Smatra se⁹ da je ovaj rad prva sistematska studija o skupovnim drvetima, uređenim strukturama od centralnog interesa u savremenoj teoriji skupova. U tezi i u par radova koje je neposredno zatim objavio¹⁰, Kurepa uvodi fundamentalne pojmove teorije beskonačnih drveta: *Aronszajnova drveta*, beskonačna drveta kardinalnosti $\aleph_1$, visine takođe $\aleph_1$, u kojima je svaki lanac i svaki sloj najviše prebrojiv, *Suslinova drveta*, tj. Aronszajnova drveta u kojima je svaki antilanac najviše prebrojiv, i Kurepina drveta, drveta kardinalnosti i visine $\aleph_1$, a imaju $\aleph_2$ grana visine $\aleph_1$. Dakle, Kurepa je u Suslinovom i Kurepinom drvetu pronašao dva ekstremalna pojma, u prvom drvo bez dugih lanaca, tj. dužine manje od $\aleph_1$, dok Kurepina drveta imaju maksimalno mnogo takvih lanaca, najmanje $\aleph_2$. U tezi prezentira Aronszajnov dokaz o egzistenciji Aronszajnovih drveta¹¹ i postavlja odmah pitanje o egzistenciji Suslinovog i Kurepinog drveta na osnovu standardnih aksioma teorije skupova. Dokazuje mnogo važnih i zanimljivih osobina koje se tiču ovih struktura. Verovatno je najpoznatija sledeća ekvivalencija koja se odnosi na čuvenu Suslinovu hipotezu SH:

$$SH \Leftrightarrow \text{Ne posotoji Suslinovo drvo.}$$

⁸Teza je u potpunosti publikovana u Publ. Math. Univ. Belgrade, **4**, 1–148 Takođe je preštampana u *Selected papers of Đuro Kurepa*.

⁹Videti, na primer, K. Kunen, *Set Theory*, North-Holland, Amsterdam, 1983, str. 69. Isto piše Akihiro Kanamori u *The higher infinity – Large cardinals in Set theory from their beginnings*, Springer Verlag, Berlin, 1994, str. 72.

¹⁰*Ensembles lineaires et une classe de tableaux ramifiés*, Publ. Math. Univ. Belgrade, **6**, 129–160, i *A propos d'une generalisation de la notion d'ensamles bien ordonnés*, Acta Mathematica **75** (1942), 139–150.

¹¹Mada ovaj važan pojam iz teorije skupova nosi njegovo ime, Aronszajn se nije posebno bavio teorijom skupova, niti je sâm objavio svoj dokaz. U to vreme (1934–5) bio je Kurepin sadrug na studijama u Parizu. Kasnije je bio dosta poznat analist.

Ovde SH označava hipotezu da ne postoji Suslinov kontinuum, tj. linearno uređen skup $\mathcal{L}$ prebrojive celularnosti, dakle skup u kojem je svaka familija disjunktnih intervala najviše prebrojiva, ali koji nema prebrojiv gust podskup.

Lebesgue je u svom članku iz 1905. implicitno identifikovao analitičke funkcije sa Bair-ovim funkcijama. U svom dokazu koristio je argument koji je "jednostavan i kratak, ali pogrešan". Pogrešan korak u dokazu bio je skriven u naizgled trivijalnoj lemi da je projekcija Borelovog skupa takođe Borelov skup. Deset godina kasnije, Suslin, onda vrlo mlad ali i veoma talentovan Luzinov student, otkrio je grešku. Tako Suslin pronalazi novu klasu podskupova realne prave, klasu analitičkih skupova, koji nastaju kao projekcije Borelovih skupova. Istovremeno, dokazao je da ima analitičkih skupova koji nisu Borelovi. Tako je nastala deskriptivna teorija skupova jedna od najzanimljivijih i najdubljih disciplina teorije skupova. Ali, Suslin ubrzo umire (1919.) i formulacija Suslinove hipoteze pojavljuje se posle njegove smrti¹². Suslinova hipoteza imaće centralno mesto u razvoju teorije beskonačnih drveta, i u tome Kurepini radovi biće od suštinske važnosti. Kurepa je počev od 1935. pokušavao da reši SH. U tome nije uspeo, jednostavno to nije bilo moguće uraditi u to vreme. Sredstva klasične teorije skupova koju je zasnovao Kantor, a Zermelo, Fraenkel, Hausdorff, König, Tarski i drugi razvijali nisu to omogućavala. Ipak, Kurepa je bio prvi matematičar koji je razumeo važnost drveta u teoriji skupova. Kasnije je nekoliko matematičara otkrivalo osobine ovih parcijalno uređenih skupova. Na primer, Miller 1943. i Sierpinski 1948. nezavisno su iznova otkrili pomenutu ekvivalenciju Suslinove hipoteze koju je Kurepa otkrio već 1935.

Koristeći beskonačna drveća, Kurepa je pronašao primere topoloških prostora sa važnim i neobičnim osobinama. Jedan primer ove vrste u vezi je sa Suslinovom linijom. Naime, dokazao je¹³ da topološki kvadrat Suslinovog kontinuumu $\mathcal{K}$ ima neprebrojivu celularnost, dok sam $\mathcal{K}$ ima prebrojivu celularnost.

Kurepa nije rešio pitanje egzistencije Suslinovog drveta, niti Kurepinog drveta. Postulat kojim se tvrdi postojanje Kurepinog drveta nazvan je *Kurepinom hipotezom*, koja se kraće označava sa KH. Potpuno rešenje ovih problema dobijeno je tek početkom sedamdesetih, pojavom Cohen-ovog forsinga, glavnog sredstva savremene teorije skupova. Solovay, Tennenbaum i Jensen dokazali su da je SH nezavisna od ZFC+CH (Zermelo–Fraenkel-ova

¹² "Problème 3", Fund. Math., 1, 223, 1920.

¹³ *La condition de Suslin et une propriété caractéristique des nombres réels*, C.R. Acad. Sci. Paris **231**, (1950), 1113–1114

teorija skupova plus Kontinuum hipoteza), dok je Devlin 1978. dokazao da je svaka od sledećih teorija¹⁴:

$$\text{ZFC} \pm \text{CH} \pm \text{SH} \pm \text{KH}$$

neprotivurečna.¹⁵ Ove činjenice pokazuju da se priroda postulata SH i KH razlikuje od ostalih aksioma ZFC. Otuda je jasno zašto ove strukture imaju tako važno mesto u raznim konstrukcijama teorije skupova, topologiji, teoriji modela i beskonačnoj kombinatorici.

Kurepin rad u oblasti kardinalnih funkcija u topologiji uglavnom je motivisan njrgovim pokušajima da reši Suslinov problem. U tom cilju uvođi jednu od najvažnijih kardinalnih funkcija, $c(E)$, kao supremum kardinalnih brojeva familija disjunktnih otvorenih podskupova prostora E . I prema današnjim standardima, Kurepa ima najbolje rezultate koji se odnose na ovu funkciju. U radovima iz 1962. dokazuje jedan od najdubljih rezultata koji se odnose na ovu funkciju:

$$c(\Pi_{\alpha \in A} X_{\alpha}) \leq \exp(\sup_{\alpha \in A} c(X_{\alpha})).$$

Kurepin dokaz je bio prvi primer korišćenja metode računa particija u dokazima kardinalnih nejednakosti. Od tada, ovaj metod postaje standardno sredstvo dokazivanja u ovoj oblasti. U okviru računa particija, Kurepin pristup se razlikovao od Erdősovog, matematičara koji je zasnovao školu u ovoj disciplini. Dok je polazište Erdős-a i njegovih saradnika bila poznata Ramseyeva teorema i razne njene generalizacije, Kurepa je pošao od rezultata Hasudorffa i Urysohna koji se odnose na veličinu linearno uređenih skupova. Naime, Kurepin cilj bio je da isti problem razmotri na parcijalno uređenim skupovima i drugim binarnim relacijama. Kurepin fundamentalan rezultat u ovoj oblasti je nejednakost (1937, 1939)

$$pE \leq (2p_s E)^{p_o E}$$

gde je s =antilanac, o =dobro uređen ili dualno dobro uređen skup, p =”puissance.

Kurepini radovi u oblasti aksiomatske teorije skupova uglavnom potiču iz pedesetih godina i uglavnom se odnose principe maksimalnosti pridružene

¹⁴Videti Todorčevićev članak *Trees and linearly ordered sets* u: K. Kunen and J.E. Vaughan (eds), *Set-Theoretic Topology*, North-Holland, Amsterdam, 1985, pp. 235–294.

¹⁵Ovde, za rečenicu φ , $\pm\varphi$ označava bilo φ , bilo negaciju od φ .

određenim binarnim relacijama skupovnog karaktera. Najpoznatiji primer ove vrste je *Kurepin princip* pridružen skupovnoj relaciji neuporedivosti ($x \not\subseteq y$ i $y \not\subseteq x$). Pokazalo se da Kurepin princip može služiti kao elegantan suplement Principu uređenja, da se svaki skup može linearno urediti. Naime Kurepa je dokazao da je u okviru sistema ZF, Kurepin princip zajedno sa Principom uređenja ekvivalentan Aksiomi izbora.

U topologiji, jedan deo Kurepinih istraživanja odnosio se na funkcije rastojanja koje nisu brojevnog tipa. U tom kontekstu Kurepa je uveo nove prostore koji su danas poznati pod imenom Kurepini pseudometrički prostori. Kao što je pomenuto, Kurepa je sredinom tridesetih bio na doktorskim studijama u Parizu, i u to vreme, razumljivo, bio je pod uticajem francuske matematičke škole. Izučavajući radove svog profesora i mentora Fréchet-a, Kurepa je pristupio na sasvim nov način pojmu prostora. Definisao je pseudo-distancijalne prostore (*espaces pseudo-distanciés*)¹⁶, generalizujući na taj način Fréchet-ovu klasu D . U ovom prilazu, vrednosti funkcije rastojanja umesto u skupu pozitivnih realnih brojeva nalaze se u nekom potpuno uređenom skupu, dok se uslov trougla kod rastojanja zamenjuje jednom relacijom na uređenim skupovima. Kasnije i sam Fréchet dolazi do istih prostora, što svedoči o prirodnosti ove generalizacije, i od tada je ova klasa prostora poznata pod nazivom *Kurepa-Fréchet prostori*. U početku Fréchet nije znao za ove Kurepine radove, ali tokom njegove posete Beogradu posle Drugog svetskog rata, saznao je za Kurepine rezultate. Potom je više matematičara istraživalo ove prostore, između ostalih Z. Mamuzić, P. Papić, A. Appert, J. Colmez i V.G. Boltjanski. Spomenimo da se jedan od poslednjih Kurepinih radova odnosio na ovu temu¹⁷. Može se reći da je u ovoj generalizaciji anticipiran danas veoma istraživani pojam Zadehových rasplinutih (fuzzy) skupova. U svakom slučaju fraza "skupovi razmazane strukture" pojavljuje se već u njegovoj knjizi *Teorija skupova* iz 1951.

Profesor Kurepa je imao izrazitu sposobnost da oseti dobar i važan matematički problem i prefinjenu konstrukciju, naročito u vezi sa uređenim skupovima. Ovom prilikom ne možemo spomenuti mnogo primera ove vrste, ali jedan problem iz teorije brojeva zaslužuje specijalnu pažnju, s obzirom da se njime bavio veći broj naših i stranih matematičara. Kurepa je formulisao 1971. na jednom sastanku matematičara u Ohridu sledeći problem. Najpre

¹⁶ *Tableaux ramifiés d'ensembles, Espaces pseudo-distanciés*, C.R. 1938, Paris (1934), 1563-1565.

¹⁷ *General Ecart*, Simp. Filomat '92, Niš October 8-10, Zb. radova Fil. fak. u Nišu, Ser. mat. 6;2(1992), 373-379

je definisao jednu aritmetičku funkciju, $!n$, koju je nazvao "levi faktorijel", kao sumu faktorijela prvih $n - 1$ prirodnih brojeva:

$$!n = 0! + 1! + 2! + \dots + (n - 1)!.$$

Tada $!n$ -hipoteza glasi:

Najveći zajednički delilac brojeva $!n$ i $n!$ je 2.

Ova hipoteza ima mnogobrojne zanimljive ekvivalentne formulacije i razmatrana je od strane većeg broja matematičara, između ostalih svoje priloge dali su L. Carlitz, Wagstaff, W. Keller, i jugoslovenski matematičari Slavić, Šami, Žižović, Stanković, Gogić, Ivić, Mijajlović, i drugi. Ova hipoteza nalazi se u knjizi R. Guy-a *Unsolved problems in number theory*, Springer-Verlag, 1981, problem B44. Knjiga zapravo predstavlja zbirku najvažnijih otvorenih problema teorije brojeva sa opisima pokušaja njihovih rešavanja. Kurepa je jedini matematičar prethodne Jugoslavije koji je autor nekog problema zapisanog u ovoj knjizi. Hipoteza je testirana računarskim metodama i proverena je za $n < 8.000.000$. Kurepa je najavio rešenje, ali rešenje nikad nije publikovao. Na internetu postoji mesto od 1994.¹⁸ na kojem je više matematičara (Kevin Brown, Laura Helen, Kurt Foster i drugi) diskutovalo razne aspekte ovog problema. Od R. Guy-a dobio sam pismo 1991. u kojem me obaveštava da je R. Bond iz Engleske ovaj problem možda rešio, ali se ovaj dokaz do danas nije pojavio.

Pored teorije skupova, opšte topologije, osnova matematike i teorije brojeva, Kurepa se zanimao i za druge oblasti matematike. Njegovi radovi uključuju teme iz algebre, pre svega iz teorija matrica, matematičke indukcije, zatim numeričke matematike, računarstva i teorije fiksne tačke. Napisao je veći broj raznih spisa, uglavnom na srpskom, u kojima je iskazao svoja viđenja matematike, zatim iz istorije i metodike matematike ali i radove prigodne određenim događajima, prilikama i novim tendencijama i otkrićima u matematici. Navodimo nekoliko primera čiji naslova već ilustruju ovu Kurepinu delatnost: *Cogito ergo sum*, *Proslava 350-godišnjice rođenja Descartesa*, Studentski list, 1946, *Kako se pomoću površine petokrake zvijezde može izračunati $\sin(18^\circ)$* , Glasnik matematičko-fizički i astronomski, 1946, *Elektronski mozgovi – najnoviji računski strojevi*, Priroda, 1952, *Programiranje i jedan Petrovićev problem*, Matematički vesnik, 1968, *Ceo život matematika*, Prosvetni pregled, 1976, *Around Bolzano's approach to real numbers*, Plenarno predavanje na skupu organizovanom na Karlovom univerzitetu u Pragu povodom 200 godina od rođenja Bernard Bolzana, 1981, štampano u *Czechoslovak mathematical journal*, 1982(32).

¹⁸Newsgroups: sci.math, Subject: Number Theory Problem

Kurepa je takođe objavio je monografiju – univerzitetski udžbenik iz teorije skupova početkom pedesetih koja je predstavljala značajno delo ne samo za naše prostore. O tome svedoči činjenica da se ta knjiga nalazi u mnogim univerzitetskim bibliotekama u svetu. Autor ovih redova pronašao je ovu knjigu u matematičkim bibliotekama prestižnog Hebrew University u Jerusalimu, Univerziteta u Madisonu, pa i u Londonskoj biblioteci (British Library). Po pravilu, tamo je to bilo jedino delo iz matematike na srpskom i jedna od retkih knjiga jugoslovenskih autora. Takođe je napisao obiman dvotomni udžbenik iz algebre koji su koristile generacije studenata matematike.

Profesor Kurepa je bio pravi ambasador jugoslovenske nauke. Držao je predavanja na mnogim univerzitetima u Evropi, Americi i Aziji, između ostalih u Varšavi, Parizu, Moskvi, Jerusalimu, Istanbulu, Kembridžu, Bostonu, Čikagu, Berkliju, Princetonu i Pekingu. O tome je sam Kurepa jednom prilikom rekao: *”Držao sam predavanja na svakom od devetnaest univerziteta (prethodne) Jugoslavije, zatim u skoro svim evropskim zemljama, takođe u Kanadi, Kubi, Izraelu i Iraku. Takođe sam održao bar po deset predavanja u svakoj od sledećih zemalja: Francuskoj, Italiji, Nemačkoj, Sovjetskom Savezu i Sjedinjenim Američkim državama.”* Učestvovao je na desetinama internacionalnih matematičkih simpozijuma, a za mnoge je bio glavni organizator (na primer, *Internacionalna konferencija iz topologije*, Herceg Novi 1968, Budva-Bečići 1972, Beograd 1977).

Đuro Kurepa je veoma citiran u svetskoj matematičkoj literaturi, naročito u oblasti teorije skupova i opšte topologije. Od svih njegovih radova, svakako je najviše citirana njegova doktorska disertacija, ali i veći broj drugih radova takođe je citiran veoma često. Indeks citiranja (CI) danas se uzima u nauci kao jedno od glavnih merila o važnosti doprinosa nekog naučnika. Mada je Kurepa jedan od najcitiranijih naših matematičara, on pripada retkoj grupi naučnika za kojeg ovaj indeks nije toliko bitan. Naime, više matematičkih pojmova nosi Kurepino ime: Kurepina hipoteza, slaba Kurepina hipoteza, Kurepino drvo, Kurepina linija, Kurepin kontinuum, Kurepina hipoteza ramifikacije, Levofaktorijelna hipoteza i nekoliko funkcija. Kurepa je takođe uveo druge definicije kao što su pojmovi razvrstanog skupa, Aronszajnovog i Suslinovog drveta. Uz to, dokazao je mnoge njihove osobine. Danas su sve to usvojeni i standardni delovi korpusa teorije skupova i opšte topologije. Matematičari u svojim spisima raspravljaju, dokazuju i produbljuju teoreme koje se na njih odnose. I kao što se prilikom korišćenja drugih raširenih pojmova izvori uvek ne navode, i u ovom slučaju često se iz referenci izostavljaju Kurepini radovi u kojima su pomenuti pojmovi ponikli.

Jednostavno se prepostavlja da je čitalac sa njima već upoznat. Ipak, u preglednim radovima, monografijama i udžbenicima gde je poreklo pojma i ideje važno, Kurepini radovi se navode. Pogledajmo detaljnije jedan primer. U referentnoj monografiji iz opšte topologije *Handbook of Set-theoretical topology*¹⁹ u šest od 24 autorskih priloga u bibliografiji se navodi 16 različitih Kurepinih radova. U samom tekstovima citirani su ili su uključeni u celini njegovi rezultati najmanje 40 puta. Prva citirana bibliografska jedinica je iz 1935, dok je poslednja iz 1968. godine. Pojmovi vezani eksplicitno za Kurepino ime navode se u indeksu devet puta. Prema navodima samih autora, u brojnim slučajevima Kurepini radovi bili su prvi rezultati u određenim oblastima teorije parcijalno uređenih skupova, bekonačne kombinatorike i opšte topologije. Spomenimo da su od drugih matematičara sa ovih prostora u ovoj monografiji takođe citirani S. Todorčević, P. Papić i S. Mardešić. Članak *Trees and linearly ordered sets* S. Todorčevića iz ove monografije daje veoma potpun i detaljan pregled Kurepinih doprinosa ovaj oblasti.

Kurepu su i pored svega mučila pitanja prioriteta i smatrao je da nije uvek bio dovoljno citiran. U tom pogledu najviše zamerki imao je na matematičare iz Poljske, posebno na K. Kuratovskog sa kojim je imao i prepisku na tu temu. Činjenica je da su i drugi matematičari izgleda nezavisno dolazili do pojedinih rezultata, istih ili sličnih Kurepinim. Ipak, oni su svoje rasprave objavljivali posle Kurepe, često po isteku cele decenije pa i više. Dešavalo se da su drugi autori opet nekritički preuzimali i citirali ove, kasnije objavljene radove, pri tome ne spominjući Kurepino ime. S druge strane, pojedini autori umanjivali su Kurepine rezultate već time što su stavljali u isto vreme ili isticali samo rezultate svojih kolega-sunarodnika. Na primer, J. Roitman na jednom mestu u svom članku *Basic S and L* iz već pomenute monografije iz skupovne topologije piše da je Kurepa u jednom korolaru u tezi dokazao da je Suslinova prava primer jednog L -prostora. Odmah zatim Roitman isto piše da je "ova činjenica bila je široko i nezavisno poznata u Sjedinjenim Državama otprilike u isto vreme". Ali, on ovaj svoj iskaz ne potvrđuje niti jednim imenom, ili referencom. Svi ostali rezultati koji se dalje citiraju su iz šezdesetih ili kasnije. U priloženim referencama najstariji rad je Kurepina teza iz 1935, sledeća najstarija bibliografska jedinica je rad Mary Ellen Rudin iz 1955. Moramo priznati da je potrebno doista dosta mašte da se 1935. i 1955. zamisle u "otprilike u isto vreme". U tom pogledu radovi S. Todorčevića kao što je spomenuti članak *Trees and linearly ordered sets*, zatim prilozi urednika u knjizi "Selected works of Đuro Kurepa", ali i korektna citiranja stranih, veoma uglednih matematičara kao

¹⁹urednici K. Kunen i J.E. Vaughan, North Holland, 1984, 1273 str.

što su K. Kunen i K. Devlin, doprineli su da se odredi tačno mesto Kurepinog dela u matematici.

Kurepa je veoma doprineo u prethodnoj Jugoslaviji uvođenju savremenih pogleda u matematiku i značajno uticao na razvoj mnogih naših matematičara. Ipak se ne može reći da je Kurepa u Zagrebu ili Beogradu ostavio školu u onim oblastima u kojima je imao najbolje i najvažnije rezultate. Od matematičara starije generacije verovatno najznačajniji nastavljači, pre svega u opštoj toplogiji bili su P. Papić i Z. Mamuzić. Od matematičara srednje generacije u ovoj oblasti radi Ljubiša Kočinac, profesor Univerziteta u Nišu.

Do pojave S. Todorčevića na matematičkoj sceni početkom osamdesetih, osim Kurepe ostali jugoslovenski matematičari nisu imali značajnije rezultate iz teorije skupova. Može se reći bez ustezanja da su matematičari iz sveta, pre svega stručnjaci iz teorije skupova, daleko bolje razumevali značaj Kurepinog rada u ovoj oblasti. Uočavanjem nove vrste matematičkih objekata, povezivanjem sa starim i nerešenim problemima i svojim hipotezama, Kurepa je dobrim delom postavio put kojim je trebalo da ide razvoj pojedinih disciplina teorije skupova, pre svega teorije parcijalno uređenih skupova. Mnogi savremeni matematičari, među njima i velika imena iz ove oblasti, kao što su R. Solovay, R. Jensen i S. Shelah, prihvatili su Kurepin rad, izučavali, i doveli do perfekcije teoriju koju je Kurepa započeo.

Profesor Kurepa kod nas je bio veoma cenjen kao matematičar i poštovan kao naučni autoritet. S druge strane, kod jednog broja naših uticajnih matematičara postojala je određena animoznost, reklo bi se više uperenu prema predmetu kojim se bavio nego prema samom Kurepi. Možemo navesti nekoliko razloga za ovu činjenicu. Prvi je da se jednostavno malo njih razumevalo u tu oblast. Drugi razlog je dobro poznat teorijskim matematičarima, a to je da čista matematika ima jedan kraj u samoj sebi, blizak filozofiji. Savremena teorija skupova kao deo osnova matematike dodiruje se sa tim krajem. Naravno, jednostavniji i sa stanovišta radne matematike koristan deo teorije skupova opšte je prihvaćen. To su jezik i okvir koji ova teorija daje. Suptilna pitanja konzistentnosti i problem beskonačnosti što se danas u ovoj teoriji raspravlja kroz hipoteze o velikim kardinalnim brojevima, uglavnom ostaju van interesovanja matematičara specijalizovanih u drugim oblastima matematike. Ovde odmah nailazimo i na sledeći razlog, a to je odnos matematičara prema ideji beskonačnosti u matematici. Lajbnicova ideja beskonačno male veličine po prirodi stvari bliža je analistima. Kantorova teorija skupova uvodi aktuelnu beskonačnost u matematiku, transfinitne brojeve i transfinitnu indukciju kao metod dokazivanja i izgradnje novih matematičkih objekata. Otuda se prirodno

postavlja pitanje šta to znači u matematici da objekat određene vrste postoji. Da li je neophodno taj objekat konstruisati ili je dovoljno izvesti dokaz njegove egzistencije iz unapred usvojenih aksioma? Već iznošenjem ovih problema finitistička i konstruktivistička slika matematike se urušava. Jedni matematičari udubljeni u svoje teorije ostaju ravnodušni prema svim ovim pitanjima. Drugi, istina manji deo, odbacuju beskonačnost Kantorovog tipa. Treći sa oprezom u svojoj metamatematici pragmatično prihvataju delove ove teorije, uglavnom ono što je korisno za matematiku koju oni rade. Kurepa pripada četvrtom, verovatno najužem krugu matematičara, gde su razne skupovne konstrukcije zasnovane na transfinitnim (rednim i kardinalnim) brojevima isto tako legitimne kao i klasične konstrukcije nad prirodnim i realnim brojevima. O tome na jednom mestu u svojoj knjizi *Teorija skupova* Kurepa, kada govori o dobro uređenim skupovima, piše: "Svaki takav skup²⁰ je nosilac izvesnog broja pa tako dolazimo do rednih (ordinalnih) brojeva, jedne od najlepših i najsmelijih tekovina Cantorove teorije skupova. Specijalno, skup prebrojivih rednih brojeva nadovezuje se na sve konačne redne (t.zv. prirodne brojeve), a njegovo poimanje je isto toliko prirodno koliko poimanje skupa C svih realnih brojeva."

Spomenuti stav uticajnih matematičara nije ostao bez posledica. Značajna grupa mlađih matematičara školovanih u Beogradu pod uticajem profesora Kurepe ili u njegovom duhu pod rukovodstvom učenika profesora Kurepe sada se nalazi u drugim zemljama. Tamo uspešno rade i stvaraju u oblasti teorije skupova i opšte topologije sledeći matematičari: Stevo Todorčević i negov doktorand Ilijas Farah (u Kanadi, odnosno SAD), Žikica Perović (SAD) i Boban Veličković (Pariz). Ovoj grupi treba priključiti ime Zorana Spasojevića koji se u potpunosti školovao u SAD (na Univerzitetu u Madisonu pod rukovodstvom K. Kunena), ali je poslednjih godina ostvario značajne kontakte sa pomenutom grupom.

S obzirom na veličinu i složenost, ovde nije bilo moguće predstaviti potpun naučni opus profesora Kurepe. Možemo samo zaključiti da profesor Đuro Kurepa ima velike zasluge za razvoj teorije skupova i matematike u celini. O tome svedoči i činjenica da je njegovo ime deo naziva nekoliko osnovnih pojmova iz savremene teorije skupova i topologije: Kurepino drvo, Kurepina hipoteza, Kurepina linija, Kurepini prostori, Kurepin kontinuum. Ovakvu počast zaslužili su samo veliki matematičari.

²⁰dobro uređen