ИЗБОРНОМ ВЕЋУ
МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

На 118. седници Изборног већа Математичког факултета, одржаној 24. маја 2024. године одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о конкурсу за избор једног доцента за ужу научну област Математичка анализа. Конкурс је објављен 5. јуна 2024. године у листу ,,Послови" Националне службе за запошљавање број 1095. Након увида у приложени материјал подносимо Изборном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

У предвиђеном року на конкурс се пријавио један кандидат, др Петар Мелентијевић. У наставку наводимо изабране податке о пријављеном кандидату.

1. Биографија кандидата

Петар Мелентијевић рођен је 9. маја 1989. године у Ужицу. Основну и средњу школу завршио је у Бајиној Башти. Учествовао је на средњошколским такмичењима из математике на савезном и државном нивоу. Основне и мастер студије завршио је на Математичком факултету у Београду, смер теоријска математика и примене, са просечним оценама 9.33 и 10.00 респективно. Током студија освајао је награде на међународним студентским такмичењима из математике.

Мастер рад под називом: ,,Дуалност Хардијевог простора H^1" одбранио је 7. октобра 2014. године, под менторством проф. др Мирослава Павловића.

Докторску тезу од називом ,,Процене градијената функција и норми оператора у теорији хармонијских функција," под менторством проф. др Милоша Арсеновића, одбранио је 4. децембра 2018. године. Од стране Математичког института САНУ награђен је за најбољи докторат у 2018. години. Добитник је награде Задужбине ,,Веселина Лучић" за рад ,,A proof of the Khavinson conjecture in $\mathbb{R}^3$" за најбоље научно остварење наставника и сарадника Универзитета у Београду у 2020. години.

Од 2013. године до 2015. године ради као сарадник у настави а од 2015. године као асистент на Катедри за реалну и функционалну анализу и за то време успешно је изводио вежбе из предмета Анализа 1А, 1Б, 2А, 2Б, као и из Геометријске теорије функција и Одабраних поглавља реалне анализе. Такође, држао је вежбе из Математика 1, 2, 3 и 4 на Физичком факултету. У звању доцента ради од децембра 2019. године, а држао је предавања из Математика 1, 2, 3 и 4 на Физичком, као и Анализе 3Б, Функционалне анализе, Одабраних поглавља реалне анализе, Одабраних поглавља функционалне анализе на Математичком факултету.

Био је ментор за израду једног мастер рада (Данила Тошовића) и члан комисије за преглед, оцену и одбрану још једног мастер рада који је успешно одбрањен (Александра Андрић).

Био је предавач на бројним семинарима у Финској, Кини, Русији. Води семинар за анализу на ком су предавања одржали многи истакнути математичари који се баве математичком анализом.

Његов рад је оцењен позитивно и од стране наставника са којима је сарађивао и од стране студената којима је предавао. Просечна оцена коју је добио у студентским анкетама је 4.12 (у последњих пет година).

Стручно–професионални допринос је, између осталог, остварио као учесник пројекта ,,Простори функција и оператори на њима" Министарства просвете науке и технолошког развоја број 174017. Такође је дао битан допринос академској и широј заједници, као члан Научно–наставног већа Математичког факултета у Београду и као члан катедре за Реалну и функционалну анализу. Учествовао је и помагао у организацији студентских такмичења на Математичком факултету, акцијама Спортског удружења студената Математичког факултета, као и држању припремне наставе за пријемни испит на Математичком факултету.

2. Научни и стручни рад

Кандидат је до сада објавио 12 радова у научним часописима са SCI листе, од тога 7 радова после последњег избора у звање доцента. Такође има још три рада која се налазе на рецензији.

2.1. Објављени радови у научним часописима са SCI листе - пре последњег избора у звање доцента

1. P. Melentijević, *Invariant gradient in refinements of Schwarz lemma and Harnack inequalities*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 48 (2018), 391-399. (**M21,** IF: 0.941 (2017))
2. D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, P. Melentijević, S. Milošević, *Refinements of inequalities related to Landau-Gruss inequalities for elementary operators acting on ideals associated to p-modified unitarily invariant norms*, Complex Analysis and Operator Theory **12** (2018), 195-205. (**M22,** IF: 0.711 (2018))
3. P. Melentijević, *Norm of the Bergman projection onto the Bloch space with $\mathcal{M}$ -invariant gradient norm,* Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. **44** (2019). (**M21,** IF: 0.941 (2017))
4. P. Melentijević, *Cauchy and Bergman projection, sharp gradient estimates and certain operator norm equalities*, Complex Variables and Elliptic Equations, **64** (2019), 2091-2104. (**M22,** IF: 0.806 (2018))
5. P. Melentijević, *A proof of the Khavinson conjecture in* $\mathbb{R}^3$, Advances in Mathematics **352** (2019), 1044-1065. (**M21,** IF: 1.494 (2019))

2.2. Објављени радови у научним часописима са SCI листе - од последњег избора у звање доцента

6. P. Melentijević, V. Božin, *Sharp Riesz-Fejer inequality for Harmonic Hardy Spaces*, Potential Analysis **55** (2021), 575-580. (**M21,** IF: 1.416 (2020))
7. D. Kalaj, P. Melentijević, J-F. Zhu, *L^p theory for Cauchy transform on the unit disk*, Journal of Functional Analysis, 282(4) (2022), 1205-1234. (**M21**, IF: 1.7 (2022))
8. J. Chen, D. Kalaj, P. Melentijević, *Khavinson Problem for Hyperbolic Harmonic Mappings in Hardy Space*, Potential Analysis **59** (2023), 1205-1234. (**M22,** IF: 1.0 (2023))
9. P. Melentijević, M. Marković, *Best Constants in Inequalities Involving Analytic nad Co-Analytic Projections and Riesz' s Theorem in Various Function Spaces*, Potential Analysis **59** (2023), 1599-1620. (**M22,** IF: 1.0 (2023))
10. P. Melentijević, *Hypercontractive inequalities for weighted Bergman spaces*, Bulletin of London Mathematical Society **55** (2023), 2611-2616. (**M22,** IF: 0.8 (2023))
11. P. Melentijević, *Hollenbeck-Verbitsky conjecture on best constants inequalities for analytic and co-analytic projections*, Mathematische Annalen **388** (2024), 4405-4448. (**M21**, IF: 1.3 (2023))
12. J. Liu, P. Melentijević, J-F. Zhu, *L^p norm of truncated Riesz transform and an improved dimension-free estimate for maximal Riesz transform*, Mathematische Annalen **389** (2024), 3513-3534. (**M21,** IF: 1.3 (2023))

2.3. Радови на рецензији

1. D. Kalaj, P. Melentijević, *Gaussian curvature conjecture for minimal graphs.*
2. D. Kalaj, P. Melentijević, *Weighted contractivity for derivatives of functions in Bergman spaces.*
3. P. Melentijević, *Best constants in reverse Riesz-type inequalities for analytic and co-analytic projections.*

2.4. Саопштења на научним и стручним скуповима

1. Petar Melentijević, *Norm of the Bergman projection onto the Bloch space with $\mathcal{M}$-invariant gradient norm*, VIII Symposium Mathematics and Applications, Beograd (2017).
2. Marijan Marković, Petar Melentijević, *On Hollenbeck and Verbitsky conjecture and F. Riesz theorem*, IX Symposium Mathematics and Applications, Beograd (2018). (izlagač)
3. Petar Melentijević, *Khavinson problem for harmonic functions in the unit ball in $\mathbb{R}^3$*, X Symposium Mathematics and Applications, Beograd (2019).

4. Petar Melentijević, *Best constants inequalities for Riesz and co-analytic projections with applications*, Probabilystic techniques in Analysis: Spaces of Holomorphic Function, Soči, Ruska Federacija, 6-10.12.2021. (predavanje po pozivu)
5. Petar Melentijević, *Best constant inequalities for analytic and co-analytic projections*, Drugi kongres mladih matematičara, Novi Sad, Srbija, 29.9-1.10.2022. (plenarno predavanje)
6. Petar Melentijević, *L^p norm of truncated Riesz transform and an improved dimension-free L^p estimate for maximal Riesz transform*, Probabilystic techniques in Analysis: Spaces of Holomorphic Function, 16-20.10.2023, Soči, Ruska Federacija (predavanje po pozivu)
7. Petar Melentijević, *L^p norm of truncated Riesz transform and an improved dimension-free L^p estimate for maximal Riesz transform*, International Workshop Semiclassical Analysis and Nonlocal Elliptic Problems, Moscow, Russia, October 17–20, 2023. (predavanje po pozivu)
8. Petar Melentijević, *L^p norm of truncated Riesz transform and an improved dimension-free L^p estimate for maximal Riesz transform*, XV Serbian Mathematical Congress, Belgrade, Serbia, June 19-22, 2024.

2.4. Рецезент у научним часописима

Био је рецезент за следеће научне часописе (SCI листа): Mathematische Annalen (×1), Mathematische Zeitschrift (×2), Journal of Mathematical Analysis and Applications(×1), Potential Analysis (×1), Comptes Rendus Mathématique (×1), Complex Analysis and Operator Theory (×2), Bulletin of Malaysian Mathematical Society (×1), Filomat (×4).

3. Приказ публикација

Дајемо приказ публикација наведених у 2.1 и 2.2.

У раду [1] кандидат, користећи својства инваријантног градијента доказује неједнакости Шварцовог типа за холоморфна пресликавања јединичне лопте $\mathbb{B}^n$ у јединичну лопту $\mathbb{B}^m$, као и аналогне неједнакости за холоморфне функције које немају нула у лопти, плурихармонијске функције на јединичној лопти са кодоменом у $(-1,1)$. Овим су добијена профињења неједнакости доказаних од стране Давида Каљаја и Константина Ђаконова. Такође, у истом раду, дат је и нов доказ контрактивности позитивних хармонијских функција на полуравни, при чему се на полуравни и скупу позитивних реалних бројева посматрају одговарајуће хиперболичке метрике. Дати су и контрапримери који показују да исто не важи у полупросторима виших димензија.

У раду [2] представљен је идентитет

$$\begin{aligned}
&\left|\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*XB_n-\Big(\sum_{n=1}^{N}A_n^*\Big)X\Big(\sum_{n=1}^{N}B_n\Big)\right|^2\\
&\quad+\sum_{1\leq m<n\leq N}\alpha_m\alpha_n\left|(\alpha_m^{-1}A_m-\alpha_n^{-1}A_n)\left(cI+\Big(c^2I-\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*A_n+\Big|\sum_{n=1}^{N}A_n\Big|^2\Big)^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\right.\\
&\quad\times\left.\left(\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*XB_n-\Big(\sum_{n=1}^{N}A_n^*\Big)X\Big(\sum_{n=1}^{N}B_n\Big)\right)-cX(\alpha_m^{-1}B_m-\alpha_n^{-1}B_n)\right|^2\\
&\quad=c^2\left(\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}B_n^*X^*XB_n-\Big|X\sum_{n=1}^{N}B_n\Big|^2\right)
\end{aligned}$$

где је $c \geqslant \left\|\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1}A_n^*A_n + \left|\sum_{n=1}^N A_n\right|^2\right\|^{\frac{1}{2}}$ а A_n, B_n (за $1 \leqslant n \leqslant N$) и X су ограничени оператори. Након тога је добијени идентитет искоришћен за профињење неједнакости Ландау - Гриса. Између осталог, из њега је постигнута следећа варијанта Ландау - Грисове неједнакости за p - модификоване норме

$$\begin{aligned}
&\left\|\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*XB_n-\left(\sum_{n=1}^{N}A_n^*\right)X\left(\sum_{n=1}^{N}B_n\right)\right\|_{\Phi^{(p)}}\\
&\qquad\leqslant\left\|\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*A_n-\left|\sum_{n=1}^{N}A_n\right|^2\right\|^{\frac{1}{2}}\left\|\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}B_n^*X^*XB_n-\left|X\sum_{n=1}^{N}B_n\right|^2\right\|_{\Phi^{(\frac{p}{2})}}.
\end{aligned}$$

У наставку је дат низ примена добијеног резултата. Специјално за Шатенове норме $\|\cdot\|_p$, за $p \geqslant 2$, добијени идентитет се додатно упрошћава, што, између осталог, омогућава утврђивање под којим условима се достиже једнакост у добијеним неједнакостима.

Рад [3] се бави оценом норме тежинске Бергманове пројекције

$$P_\alpha f(z) = c_\alpha \int_{\mathbb{B}^n} K_\alpha(z,w)f(w)dv_\alpha(w), \quad f \in L^p(\mathbb{B}^n), \quad 1 < p \leq \infty, \alpha > -1,$$

са

$$K_\alpha(z,w) = \frac{1}{(1-\langle z,w\rangle)^{n+\alpha+1}}, \qquad z,w \in \mathbb{B}^n,$$

посматране на $L^\infty(\mathbb{B}^n)$ као полазном и Блоховом простору $\mathcal{B}$ као долазном. Такође, битан моменат је што се као одговарајућа полунорма на Блоховом простору посматра полунорма дефинисана инваријантним градијентом

$$\|f\|_{\widetilde{\beta}} := \sup_{|z|<1} |\widetilde{\nabla} f(z)| < \infty,$$

где је

$$\widetilde{\nabla} f(z) = \nabla(f \circ \varphi_z)(0).$$

Проблем одређивања тачне вредности полунорме своди се на одређивање максимума функције:

$$l(t) = (n+\alpha+1)\int_{\mathbb{B}^n} \frac{|(1-w_1)\cos t + w_2 \sin t|}{|w_1 - 1|^{n+\alpha+1}} dv_\alpha(w)$$

на сегменту $[0, \frac{\pi}{2}]$. Кандидат добија репрезентацију ове функције помоћу хипергеометријског реда

$$l(t) = \frac{\pi\Gamma(n+\alpha+2)}{2\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)} \cdot_2 F_1(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \cos^2 t)$$

која је растућа на посматраном интервалу, па је отуда и

$$\|P_\alpha\|_{\widetilde{\beta}} = \frac{\pi}{2}\frac{\Gamma(n+\alpha+2)}{\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)}$$

и

$$\frac{\pi}{2}\frac{\Gamma(n+\alpha+2)}{\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)} \leq \|P_\alpha\|_{\widetilde{\mathcal{B}}} \leq 1 + \frac{\pi}{2}\frac{\Gamma(n+\alpha+2)}{\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)}.$$

Рад [4] бави се оптималним оценама за Бергманову пројекцију типа

$$|\nabla P_\alpha f(z)| \leq C_{p,n,\alpha}(z)\|f\|_{L^p}, \quad f \in L^p(\mathbb{B}^n), z \in \mathbb{B}^n, \alpha > -1,$$

а последично и

$$\sup_{|z|<1}(1-|z|^2)^\beta |\nabla P_\alpha f(z)| \leq C_{p,n,\alpha}\|f\|_{L^p},$$

са оптималним експонентом $\beta = \beta(p, n, \alpha)$, као и константом $C_{p,n,\alpha}$. Као последицу добија и неједнакост

$$|\nabla f(z)| \leq \frac{\sqrt{(n+\alpha+1)(1+(n+\alpha+1)|z|^2)}}{(1-|z|^2)^{1+\frac{n+\alpha+1}{2}}}\|f\|_{A^{2,\alpha}},$$

за функције из тежинског Бергмановог простора, али и одговарајуће неједнакости за Кошијеву пројекцију на $L^p(S^n)$, Бесов-Блохове полунорме, као и полунорму инваријантног градијента Бергманове и Кошијеве пројекције. Основна примедба при преносу резултата је да се одговарајућа неједнакост за Кошијеву пројекцију, при истој вредности n, добија уврставањем $\alpha = -1$ у неједнакости за тежинску Бергманову пројекцију P_α. Илустрације ради, претходна неједнакост постаје неједнакост за Хардијеве просторе на сфери:

$$|\nabla f(z)| \leq \frac{\sqrt{n(1+n|z|^2)}}{(1-|z|^2)^{1+\frac{n}{2}}}\|f\|_{H^2}.$$

У раду [5] кандидат доказује Хавинсонову хипотезу у $\mathbb{R}^3$. Ова претпоставка појавила се 1992. у раду Дмитрија Хавинсона, који показује неједнакост

$$|\langle\nabla u(x), n_x\rangle| \leq \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{(1+\frac{1}{3}\rho^2)^{\frac{3}{2}}}{1-\rho^2} - 1\right)\sup_{|y|<1}|u(y)|,$$

где је $n_x = \frac{x}{|x|}$ и $\rho = |x|$, односно даје оптималну оцену градијента хармонијске функције u у радијалном правцу. Питање је: Да ли иста неједнакост важи ако се на левој страни стави $|\nabla u(x)|$. Испоставља се да је на овакво питање тешко дати одговор и кандидат ово доказује користећи нову технику, посматрајући неједнакости типа

$$|\langle\nabla u(x), l\rangle| \leq C(x, l)\sup_{|y|<1}|u(y)|.$$

и добијајући нову формулу за репрезентацију константе $C(x,l)$ при $x = \rho e_1$, где је $0<\rho<1$:

$$C(\rho e_1,l)=\frac{n}{1-\rho^2}\frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{n-1}{2})}$$

$$\times\int_{-1}^{1}|\tfrac{n-2}{n}\rho\cos\alpha-x|\frac{(1-x^2)^{\frac{n-3}{2}}}{(1+\rho^2-2\rho x\cos\alpha)^{\frac{n}{2}-1}}{}_2F_1(\tfrac{n-2}{4},\tfrac{n}{4};\tfrac{n-1}{2};\tfrac{4\rho^2\sin^2\alpha(1-x^2)}{(1+\rho^2-2\rho x\cos\alpha)^2})dx.$$

Јасно, овде се проблем третира општије, тј. у $\mathbb{R}^n$.

Даље се конструише мајоранта $\tilde{C}_\rho(\alpha)$ која има исту вредност за $\alpha=0$, као и сама C, а која се може израчунати у затвореном облику, што кандидат показује користећи неколико помоћних тврђења. На крају, детаљном анализом добијене мајоранте у димензији три, показује се да је наведена Хавинсонова претпоставка тачна, тј. важи неједнакост:

$$|\nabla u(x)|\le\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{(1+\frac{1}{3}\rho^2)^{\frac{3}{2}}}{1-\rho^2}-1\right)\sup_{|y|<1}|u(y)|,$$

где је $\rho=|x|$.

У раду [6] кандидат са коаутором доказује оштре Рис-Фејерове неједнакости за хармонијске функције из Хардијевог h^p простора:

$$\int_{-1}^{1}|f(re^{is})|^p dr\le\frac{1}{2\cos^p\frac{\pi}{2p}}\int_0^{2\pi}|f(e^{i\theta})|^p d\theta,$$

где је $s\in[0,2\pi]$ и константа на десној страни jінеједнакости је најбоља могућа. Основна примедба је да је оператор проширења L^p функције задате на кругу $\mathbb{T}$ у диск $\mathbb{D}$ позитиван, па се тврђење доказује Шуровим тестом уз погодан одабир пробне функције.

Рад [7] посвећен је одређивању тачне L^2 норме Кошијеве трансформације дефинисане за Лапласов проблем у диску $\mathbb{D}$ са

$$\mathcal{P}[\phi](z)=-\int_{\mathbb{D}}\left(\frac{\phi(w)}{w-z}+\frac{z\overline{\phi(w)}}{1-\overline{w}z}\right)dA(w).$$

Проблем се низом трансформација своди на оцењивање норми оператора који делују на ортогоналним потпросторима, а за тим и на крају решава варијационим методама. Аутори доказују да је норма једнака решењу једне нелинеарне једначине у којој фигуришу Беселове функције, тачније за $\|\mathcal{P}\|_2=\alpha$ важи:

$$2J_0\left(\frac{2}{\alpha}\right)-\alpha J_1\left(\frac{2}{\alpha}\right)=0.$$

Описан је и скуп свих екстремалних функција као и L^1 и L^∞ норма истог оператора. Један део тежине проблема потиче и од недостатка комплексне линеарности посматраног оператора.

Рад [8] садржи делимично решење проблема тачне оцене градијента хиперболички хармонијске функције са граничним вредностима у L^p простору на сфери и полупростору. Прецизније, доказујемо да, ако посматрамо оптималне оцене градијента функције ϕ са вредностима на граници датим функцијом $u\in L^p(\partial\Omega)$ у правцу l :

$$|\langle\nabla u(x),l\rangle|\le\mathbf{C}_{\Omega,q}(x;l)\|\phi\|_{L^p(\partial\Omega,\mathbb{R})},$$

тада се испоставља да је највеће овакво истезање постигнуто за радијални правац, тј.

$$\max_{|l|=1} \mathbf{C}_{\Omega,q}(x;l) = \mathbf{C}_{\Omega,q}(x;\tfrac{x}{|x|}),$$

ако је Ω лопта или полупростор у $\mathbb{R}^n$ и p припада извесном опсегу.

У раду [9] дато је решење проблема Холенбека и Вербицког о тачној L^p оцени $s-$средине аналитичке и коаналитичке пројекције функције $f \in L^p(\mathbb{T})$ у односу на њену L^p норму. У основи доказа је примена метода плурисубхармонијских миноранти која проблем преводи на извесне врло оштре неједнакости за комплексне бројеве. Ове неједнакости представљају озбиљан технички проблем за доказивање, а методе развијене у овом раду то омогућавају у опсегу $s \geq \max\{p, \frac{p}{p-1}\}$.

Хиперконтрактивне неједнакости за тежинске Бергманове просторе тема су рада [10]. Овде кандидат доказује дуго отворену хипотезу о неједнакостима облика

$$\left(\int_{\mathbb{D}} |f(rz)|^q dA_\alpha(z)\right)^{\frac{1}{q}} \leq \left(\int_{\mathbb{D}} |f(z)|^p dA_\alpha(z)\right)^{\frac{1}{p}},$$

где је $dA_\alpha(z) = \frac{\alpha-1}{\pi}(1-|z|^2)^{\alpha-2}dA(z)$, за све $\alpha > 1$ и $0 < p < q$ за $q \geq 2$, користећи недавно доказану и врло значајну неједнакост Куликова за контрактивна утапања тежинских Бергманових простора и конвексност интегралних средина аналитичких функција. Делимичан напредак остварен је у случају $0 < p < q < 2-$ хипотеза важи у случају холоморфних функција без нула, иначе је доказана неједнакост са мањом вредности r од претпостављене.

У раду [11] кандидат решава у потпуности хипотезу Холенбека и Вербицког за $p \geq 2$ и $s > 0$, као и за $1 < p \leq \frac{4}{3}$ и $s \leq \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{2p}}$. Као и у раду [9], предмет су оцене за аналитичку P_+ и коаналитичку пројекцију P_- функције $f \in L^p(\mathbb{T})$ са тачним константама $A_{p,s}$:

$$\|\big(|P_+f|^s + |P_-f|^s\big)^{\frac{1}{s}}\|_{L^p(\mathbb{T})} \leq A_{p,s}\|f\|_{L^p(\mathbb{T})}.$$

При томе је

$$A_{p,s} = \max_{y\geq 0} \frac{2^{\frac{1}{s}} \cosh^{\frac{1}{s}} \frac{sy}{2}}{\left(\cosh y - \cos\frac{\pi}{p}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

и специјално за $s \leq \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2p}}$ важи $A_{p,s} = \frac{2^{\frac{1}{s}}}{2\sin\frac{\pi}{2p}}$ за $p \geq 2$. Слично се добија и за $1 < p \leq \frac{4}{3}$, али је у овом случају хипотеза доказана само за $s \leq \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{2p}}$. Метод се заснива на доказивању врло компликованих неједнакости за комплексне бројеве који "чувају места" за аналитицки део L^p функције и коњугат антианалитичког дела. Доказ се ослања на врло детаљну анализу стационарних тачака једне функције и показује јединственост такве тачке. Главна техничка препрека у овом методу је врло честа потреба за оштрим оцењивањем решења неких нелинеарних једначина. Поред уобичајене поставке, доказане су и бројне последице, тј. неједнакости за множиоце на полуправој, полупросторима, неједнакости за аналитичке мартингале.

У [12] аутори доказују побољшане и доста оштре оцене за L^p норму максималне Рисове трансформације у терминима L^p норме Рисове трансформације исте функције:

$$\|R_j^* f\|_{L^p} \leq \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{2}{p}} \|R_j f\|_{L^p}, \quad \text{за} \quad p \geq 2, \quad d \geq 2.$$

Доказ користи неке основне алате хармонијске анализе и врло прецизна израчунавања за оператор M^t који слика Рисову трансформацију неке функције у $t-$одсечену Рисову трансформацију исте. Ово укључује бројне идентитете и оцене за Беселове функције, оцене квадратне функције за оператор M^t, као и основне методе интерполације. Узгред, користећи израчунавања у доказу наведене теореме доказана је и чињеница да је L^p норма одсечене Рисове трансформације R_j^t контрактивна у односу на R_j, као и њихове тачне L^p норме. Тачније, важи:

$$\|R_j^t f\|_{L^p} \leq \|R_j f\|_{L^p}$$

и

$$\|R_j^t\|_{L^p} = \|R_j\|_{L^p},$$

за све $1 < p < +\infty$, $j \in \{1, \ldots, d\}$ и $t > 0$.

4. Закључак и предлог

Кандидат др Петар Мелентијевић испуњава све научне и стручне критеријуме за избор у звање доцента за ужу научну област Математичка анализа. Кандидат има 12 научних радова, све из уже научне области и све у часописима са SCI листе (7×M21, 5×M22) од којих је 6 самосталних, при чему је 7 радова након последњег избора у звање доцента (4×M21, 3×M22) од којих су 2 самостална. Кандидат је остварио неколико запажених научних резултата објављених у врло значајним часописима, попут доказа Хавинсонове хипотезе у димензији три, хипотезе Холенбека и Вербицког, као и врло оштрих бездимензионих оцена за максималне Рисове трансформације.

Имајући у виду претходно све наведено комисија са задовољством предлаже Изборном већу Математичког факултета у Београду да подржи избор у звање доцента др Петра Мелентијевића и утврди предлог Већу научних области Природно–математичких наука Универзитета у Београду да се др Петар Мелентијевић изабере у наведено звање.

У Београду, 16.8.2024. Чланови комисије:

др Милош Арсеновић, редовни професор
Математички факултет, Универзитет у Београду

др Оливера Михић, редовни професор
Факултет организационих наука, Универзитет у Беораду

др Милан Лазаревић, доцент
Математички факултет, Универзитет у Београду