

Изборном већу  
Математичког факултета  
Универзитета у Београду

На 108. тој седници Изборног већа Математичког факултета, одржаној 19. маја 2023. године, одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о Конкурсу за избор једног ванредног професора за ужу научну област Математичка анализа. Конкурс је објављен 31. маја 2023. у листу „Послови” Националне службе за запошљавање, број 1042. Након увида у приложени материјал, подносимо Изборном већу Математичког факултета следећи

## ИЗВЕШТАЈ

У законском року на конкурс се пријавио један кандидат, др Ђорђе Кртинић. У наставку наводимо изабране податке о кандидату.

### 1. Биографија кандидата

Ђорђе Кртинић рођен је 20.11.1976. године у Београду, где је уписао основну школу 1983. и завршио је 1991. године. Исте године се уписао у Математичку гимназију у Београду коју је завршио 1995. године. Математички факултет у Београду, смер Теоријска математика и примене, уписао је 1996. године и дипломирао за три године, 1998. године. После дипломске студије на смеру Анализа је завршио 2005. одбраном магистарске тезе „Уопштење Фејерове теорије на просторе оператора”. 22.06.2011. на Математичком факултету у Београду одбранио је докторску дисертацију „Функционални рачуни за  $n$ -торке комутирајућих неограниченih оператора” под менторством др Драгољуба Кечкића.

### 2. Запослење

За асистента приправника на Математичком факултету Ђорђе Кртинић је изабран 15. марта 1999. године. Последњи избор у звање асистента (за област Математичка анализа) био је 31. октобра 2008. године. У звање доцента (за област Математичка анализа) изабран је 18 новембра 2011, и поново изабран у то звање 13. децембра 2016. године. У звање ванредног професора (за област Математичка анализа) је изабран 24. децембра 2018. године.

### **3. Наставна делатност**

У својству асистента Ђорђе Кртинић је веома успешно држао вежбе из предмета: Анализа 1, Анализа 2, Анализа 3 (и варијанте А, Б), Дистрибуције и парцијалне једначине, Комплексне функције, Математика 1 и Математика 2 (различите варијанте за студенте физике и астрофизике).

У свом првом наставничком звању, кандидат је за студенте математике држао предавања из Анализе 3А, Анализе 3Б, Диференцијалних једначина А, Диференцијалних једначина Б, Комплексне анаилзе, као и различите варијанте предмета Математика 1, Математика 2 и Математика 3 за студенте физике и астрофизике. Поред тога је учествовао и у различитим облицима образовног процеса на мастер и докторским студијама.

Кандидат је познат као врстан предавач и педагог. Одликује га одговорност према радним обавезама, висок квалитет наставе и веома коректан однос према колегама и студентима. Редовно је држао наставу, обављао консултације и савесно испуњавао своје испитне обавезе.

### **4. Научни и стручни рад**

#### **4.1 Магистарска и докторска теза**

- [1] Ђ. Кртинић, Уопштење Фејерове теорије на просторе оператора, магистарска теза, Београд 2005.
- [2] Ђ. Кртинић, Функционални рачуни за  $n$ -торке комутирајућих нсограницених оператора, докторска дисертација, Београд 2011.

#### **4.2. Објављене публикације у часописима са SCI листе**

- [3] Đ. Krtinić, *A matricial analogue of Fejér's theory for different types of convergence*, Mathematische Nachrichten, vol. 280, no. 13-14, pp. 1537-1542 (2007), Print ISSN: 0025-584X, Online ISSN: 1522-2616, IF 2007: 0,69, M22, available online on  
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/mana.200410563>.
- [4] D. Jocić, Đ. Krtinić, *Schur-Laurent multipliers for block matrices and geometric characterization of continuous matrices*, Linear and Multilinear Algebra, vol. 58, no. 4, pp. 523-534 (2010), Print ISSN: 0308-1087, Online ISSN: 1563-5139, IF 2010: 0,80, M22, available online on  
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03081080802689230>.
- [5] A. Ilić, Đ. Krtinić, M. Ilić, *On Laplacian like energy of trees*, MATCH Communications in Mathematical and Computer Chemistry, vol. 64, no.

1, pp. 111-122 (2010), ISSN: 0340-6253, IF 2010: 2,35, M21, available online on  
[http://match.pmf.kg.ac.rs/electronic\\_versions/Match64/n1/match64n1\\_111-122.pdf](http://match.pmf.kg.ac.rs/electronic_versions/Match64/n1/match64n1_111-122.pdf).

- [6] D. Kečkić, Đ. Krtinić, *A functional calculus for unbounded generalized scalar operators on Banach spaces*, Pacific Journal of Mathematics, vol. 249, no. 1, pp. 135-156 (2011), ISSN: 0030-8730, IF 2011: 1,04, M22, available online on  
<http://msp.berkeley.edu/pjm/2011/249-1/p06.xhtml>.
- [7] D. Jocić, Đ. Krtinić, M. S. Moslehian, *Landau and Grüss type inequalities for inner product type integral transformers in norm ideals*, Mathematical Inequalities and Applications, vol. 16, no. 1, pp. 109-125 (2013), Print ISSN: 1331-4343, Online ISSN: 1848-9966, IF 2013: 0,65, M22, available online on  
<http://files.ele-math.com/abstracts/mia-16-08-abs.pdf>.
- [8] Đ. Krtinić, M. Mikić, *Note on asymptotical behavior of solutions of Emden-Fowler equation and the existence and uniqueness of solution of some Cauchy problem*, Miskolc Mathematical Notes, vol. 18, no. 1, pp. 285-294 (2017), IF 2016: 0,43, M23, Print ISSN: 1787-2405, Online ISSN: 1787-2413, available online on  
<http://mat76.mat.uni-miskolc.hu/mnotes/article/2019>.
- [9] D. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, P. Melentijević, S. Milošević, *Refinements of inequalities related to Landau-Grüss inequalities for elementary operators acting on ideals associated to  $p$ -modified unitarily invariant norms*, Complex Analysis and Operator Theory, vol. 12, no. 1, pp. 195-205 (2018), Print ISSN: 1661-8254, Online ISSN: 1661-8262, IF 2017: 0,799, M22, available online on  
<https://link.springer.com/article/10.1007/s11785-016-0622-8>.
- [10] М. Микич, Дж. Кртинич, О задаче Коши для обобщенного уравнения типа Емдена-Фаулера, Математические Заметки том 105, 153 - 157 (2019), IF 2017: 0,577, M23, available online on  
<http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mzm&paperid=11919>.
- [11] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *A note on the paper “Norm inequalities in operator ideals” [J. Funct. Anal. 255 (11) (2008), 3208-3228] by G. Larotonda*, J. Funct. Anal. 277 (2019), 641-642.  
ISSN: 0022-1236, IF 2018: 1,637 M21a  
доступно на адреси: <https://doi.org/10.1016/j.jfa.2018.08.013>

- [12] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Cauchy-Schwarz inequalities for inner product type transformers in  $Q^*$  norm ideals of compact operators*, *Positivity* **24** (2020), 933-956.  
 ISSN: 1385-1292 (Print) 1572-9281 (Online), IF 2017: 0,920 M21; IF 2019: 0,833 M23  
 доступно на: <https://doi.org/10.1007/s11117-019-00710-3>
- [13] Đ. Krtinić, M. Mikić, *Refinement of Hermite - Hadamard type inequalities for  $s$ -convex functions*, *Miskolc Mathematical Notes* **vol 10**, (2018), 997-1005.  
 M23; IF 2019: 0,677 доступно на: DOI:10.18514/mmn2018.2066
- [14] Đ. Krtinić, M. Mikić, *Existence and uniqueness of solution of some Cauchy problem for Emden-Fowler equation*, *Differential Equations*, vol. 57, no. 8, pp. 984-992 (2021), IF 2020: 0,837, M23, available online on <http://link.springer.com/article/10.1134/S0012266121080024>.
- [15] D. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Laplace transforms in norm ideals of compact operators*, *Banach Journal of Mathematical Analysis*, vol. 15, no. 4, pp. 1-30 (2021), IF 2020: 0,990, M22, available online on doi.org/10.1007/s43037-021-00149-3.
- [16] D. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Extensions of arithmetic-geometric means and Young's inequalities to accretive operators, with applications*, *Linear and Multilinear Algebra*, vol. 70, no. 20, pp. 4835-4875 (2022), IF 2020: 1, 736, M21, available online on doi.org/10.1080/03081087.2021.1900049-3.
- [17] D. Jandrić, Đ. Krtinić, Lj. Milnić, A. Pejčev, M. Spalević, *Error bounds of Gaussian quadrature formulae with Legendre weight function for analytic integrands*, *ETNA*, vol. 55, , pp. 424-437 (2022), IF 2020: 0,959, M23, available online on <https://etna.math.kent.edu/vol.55.2022/pp424-437.dir/pp424-437.pdf>
- Радови [10] - [17] су објављени после избора у званије ванредног професора.
- #### 4.3. Публикација у часопису ван SCI листе
- [18] I. Arandelović, Đ. Krtinić, *Two extensions of an Steinhaus's theorem*, *Bulletin of International Mathematical Virtual Institute*, vol. 2, no. 1, pp. 43-46 (2012), available online on [http://www.imvibl.org/buletin/bulletin\\_imvi\\_2\\_2011/bulletin\\_2\\_12\\_43\\_46.pdf](http://www.imvibl.org/buletin/bulletin_imvi_2_2011/bulletin_2_12_43_46.pdf).

#### 4.4. Стручни радови

- [19] Ђ. Кртинић, Алгоритми у средњошколској настави математике (*Serbian*), Настава Математике, вол. 53, но. 3-4, pp. 22-25 (2008), available online on  
<http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/nm/235/nm533404.pdf>.
- [20] M. Knežević, Đ. Krtinić, *A note on infinite descent principle*, The Teaching of Mathematics, vol. 16, no. 2, pp. 67-78 (2013), available online on  
<http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/31/tm1622.pdf>.

### 5. Приказ неких објављених радова

Рад [1] (магистарска теза) садржи  $iii+24$  странице, са 11 библиографских јединица. Подељен је на 5 поглавља. У њему је класична Фејерова теорија пренета на Банахову алгебру (у односу на Шурово множење матрица) оператора за које важи уопштење Фејерове теореме. Сходно томе, овај простор назван је простор непрекидних матрица. У уводном, нултом поглављу, изложена је мотивација и описане су главне идеје које су коришћене. У прва два поглавља изложена је класична теорија идеала компактних оператора на Хилбертовом простору, Шурово множење, са посебним освртом на множење Телицовим матрицама, као и резултати везани за Џезарову збирљивост. У трећем поглављу је показано да се добијени резултати не зависе од метода сумабилности, тј. од апроксимативног језгра. У четвртом поглављу разматран је исти проблем у односу на унитарно инваријантну мононормализирајућу норму и показано да се добијени простор „непрекидних оператора“ поклапа са одговарајућим идеалом. Такође је дат пример унитарно инваријантне норме која није мононормализирајућа и за коју претходно тврђење не важи. Оригинални резултати рада су саставни део рада [3].

Рад [2] (докторска дисертација) садржи  $iv+37$  страница, са 28 библиографских јединица. Подељен је на 5 поглавља. У њему је заснован слаб и ултраслаб функционални рачун за  $n$ -торке комутирајућих неограниченih оператора  $T = (T_1, \dots, T_n)$  на Банаховом простору, где су  $T_i$  уопштени скаларни оператори. Класе функција за које је функционални рачун развијен су

$$W_\infty^\alpha \supset F_\alpha = \{f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{C} \mid \widehat{f} \text{ је мера за коју је } \int_{\mathbb{R}^k} (1 + |t|^\alpha) d|\widehat{f}| < \infty\},$$

где је  $\alpha > 0$  и  $W_\infty^\alpha$  простор Собольева, и уопштење ове алгебре, алгебра

$$\mathcal{A}_h = \{f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{C} \mid \widehat{f} \text{ је мера за коју је } \int_{\mathbb{R}^k} e^{h(|t|)} d|\widehat{f}| < \infty\},$$

где је  $h: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  растућа функција за коју важе услови:  $h(s+t) \leq h(s) + h(t) + C$  за неко  $C$ ,  $h(t) = o(t)$  кад  $t \rightarrow \infty$  и  $\int_1^\infty \frac{h(s)}{s^2} ds < \infty$ .

Основни метод рада је формула инверзије за Фуријеову трансформацију, на основу које се  $f(T) = f(T_1, \dots, T_n)$  за  $f \in \mathcal{A}_h$  дефинише као

$$f(T) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \cdot \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\mu T} d\hat{f}.$$

Поред увођења функционалног рачуна, дисертација се бави и одређивањем његовог носача, поређењем различитих дефиниција комутативности, а показано је и да резултати уопштавају скорашиће резултате у којима је коришћен други приступ. У уводним главама наведени су класични резултати који су коришћени у раду, попут тврђења везаних за решење апстрактног Кошијевог проблема и Клифордове анализе. У закључку су наведени и могући правци даљег истраживања. Део оригиналних резултата рада су саставни део рада [6].

У раду [3], мотивисано Фејеровим резултатима о конвергенцији Фуријеових редова, дефинисана је Банахова алгебра (у односу на Шурово множење матрица) оператора за које важи уопштење Фејерове теореме. Сходно томе, овај простор назван је простор непрекидних матрица. Показано да се раније добијени резултати везани за Ђезарову збирљивост не зависе од метода сумабилности, тј. од апроксимативног језгра. Разматран је исти проблем у односу на унитарно инваријантну мононормализирајућу норму и показано да се добијени простор „непрекидних оператора“ поклала са одговарајућим идеалом. Такође је дат пример унитарно инваријантне норме која није мононормализирајућа и за коју претходно тврђење не важи.

У раду [4] доказано је да је матрица непрекидна (у смислу наведеном у раду [3]) ако и само ако се налази у затворењу (у односу на одговарајућу унитарно инваријантну норму) линсарног омотача својих дијагонала. Разматран је оптији случај, тј. бесконачне матрице чије су компоненте оператори који припадају идеалу генерисаном неком унитарно инваријантном нормом. Проучаван је проблем дефинисања природног уопштења непрекидне диференцијабилности на простору матрица. Такође, доказана су блок-матрична уопштења Берштајнове и Стечкинове неједнакости.

У раду [5] изучавана је симетрична функција сопствених вредности Лапласове матрице простог неоријентисаног графа  $G$ , позната као Laplacian-like енергија графа (збир квадратних корена Лапласових сопствених вредности, у означи  $LEL(G)$ ). Изучавано је парцијално уређење графова у зависности од Лапласових коефицијената (коефицијената  $(c_k)_{k=0}^n$  карактеристичног полинома Лапласове матрице  $L(G)$ ,  $\det(\lambda \cdot I - L(G)) = \sum_{k=0}^n (-1)^k c_k \lambda^{n-k}$ ). Указано је на пропуст настао у раду [D. Stevanović, Laplacian-like energy of trees, MATCH Communications in Mathematical and Computer Chemistry, vol. 61, no. 2, pp. 407-417 (2009)] и показано је

како се тај пропуст отклања. Експлицитно је одређен инверз Јакобијеве матрице пресликања које нулама додељује коефицијенте карактеристичног полинома и доказано да за графове  $G$  и  $H$  са  $n$  темена из  $(\forall k)c_k(G) \leq c_k(H)$  следи  $LEL(G) \leq LEL(H)$  (притом је неједнакост строга ако је макар једна од претходних неједнакости строга). Дати су и дољни услови под којима се претходни резултати могу уопштити и на друга парцијална уређења заснована на Лапласовим коефицијентима.

У раду [6] је заснован слаб и ултраслаб функционални рачун за  $n$ -торке комутирајућих неограниченih оператора  $T = (T_1, \dots, T_n)$  на Банаховом простору, где су  $T_i$  уопштени скаларни оператори. Класа функција за које је функционални рачун развијен је

$$W_\infty^\alpha \supset F_\alpha = \{f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{C} \mid \hat{f} \text{ је мера за коју је } \int_{\mathbb{R}^k} (1 + |t|^\alpha) d|\hat{f}| < \infty\},$$

где је  $\alpha > 0$  и  $W_\infty^\alpha$  простор Соболјева, а основни метод рада је формула инверзије за Фуријеву трансформацију, на основу које се  $f(T) = f(T_1, \dots, T_n)$  за  $f \in F_\alpha$  дефинише као  $f(T) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \cdot \int_{\mathbb{R}^n} e^{itT} d\hat{f}$ . Одређен је носач овог функционалног рачуна, његова максималност, а показало је и да резултати уопштавају скорање резултате у којима је коришћен други приступ.

У раду [7] је за вероватносну меру  $\mu$  и квадратно интеграбилна поља  $(\mathcal{A}_t)_{t \in \Omega}$  и  $(\mathcal{B}_t)_{t \in \Omega}$  доказана неједнакост Ландau типа

$$\begin{aligned} & \left\| \left| \int_{\Omega} \mathcal{A}_t X \mathcal{B}_t d\mu(t) - \int_{\Omega} \mathcal{A}_t d\mu(t) X \int_{\Omega} \mathcal{B}_t d\mu(t) \right| \right\| \\ & \leq \left\| \left| \sqrt{\int_{\Omega} |\mathcal{A}_t|^2 dt} - \left| \int_{\Omega} \mathcal{A}_t dt \right| \right|^2 X \sqrt{\int_{\Omega} |\mathcal{B}_t|^2 dt} - \left| \int_{\Omega} \mathcal{B}_t dt \right|^2 \right\| \end{aligned}$$

за све  $X \in B(\mathcal{H})$  и све унитарно инваријантне норме  $\|\cdot\|$ .

Добијени су и аналогни резултати за Шатенове норме и произвољна квадратно интеграбилна поља. Такође, за ограничена самоадјунгована поља за која је  $C \leq \mathcal{A}_t \leq D$  и  $E \leq \mathcal{B}_t \leq F$  за све  $t \in \Omega$  (за неке ограничene самоадјунговане  $C, D, E, F$ ) и  $X \in \mathcal{C}_{\|\cdot\|}$  доказана је неједнакост Грусовог типа:

$$\left\| \left| \int_{\Omega} \mathcal{A}_t X \mathcal{B}_t dt - \int_{\Omega} \mathcal{A}_t d\mu(t) X \int_{\Omega} \mathcal{B}_t d\mu(t) \right| \right\| \leq \frac{\|D - C\| \cdot \|F - E\|}{4} \cdot \||X|\|.$$

Разматрани су и други слични резултати.

У раду [8] проучавана је диференцијална једначина типа Емден–Фаулера, тј. класа једначина која се погодним сменама своди на једначину

$$y'' - x^a y^\sigma = 0, \quad \text{за } a \in \mathbb{R} \text{ и } \sigma < 0.$$

Описани су услови за параметре који обезбеђују да једначина има бесконачно много решења дефинисаних у некој десној околини нуле и примерима је показано да се исти закључак не може спровести под слабијим условима. Описани су услови који обезбеђују егзистенцију бесконачно много решења ове једначине, са одговарајућим асимптотским понашањем у десној околини нуле. Прецизније, за одговарајуће вредности параметара за које је у претходном делу обезбеђено постојање решења, за свако  $c > 0$  и  $\lambda \in \mathbb{R}$  конструисано је решење уочене једначине које задовољава  $y(x) \rightarrow c$  и  $y'(x) \rightarrow \lambda$  кад  $x \rightarrow 0+$ .

У раду [9] доказан је идентитет

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left( \sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left( \sum_{n=1}^N B_n \right) \right|^2 \\ & + \sum_{1 \leq m < n \leq N} \alpha_m \alpha_n \left| (\alpha_m^{-1} A_m - \alpha_n^{-1} A_n) \left[ cI + \left( c^2 I - \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* A_n + \left| \sum_{n=1}^N A_n \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \right. \\ & \times \left. \left[ \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left( \sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left( \sum_{n=1}^N B_n \right) \right] - cX(\alpha_m^{-1} B_m - \alpha_n^{-1} B_n) \right|^2 \\ & = c^2 \left( \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} B_n^* X^* X B_n - \left| X \sum_{n=1}^N B_n \right|^2 \right), \end{aligned}$$

за  $\alpha_1, \dots, \alpha_N \in (0, 1]$  такве да задовољавају  $\sum_{n=1}^N \alpha_n = 1$ , за ограничено линеарне операторе на Хилбертовом простору  $A_1, \dots, A_N, X, B_1, \dots, B_N$ , и  $c \geq \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* A_n + \left| \sum_{n=1}^N A_n \right|^2 \right\|^{\frac{1}{2}}$ , који даје експлицитан облик изједначујућег израза у одговарајућој неједнакости Landau-Grüss-овог типа за елементарне операторе. На основу тога, добијено је профињење неједнакости Landau-Grüss-овог типа за  $p$ -модификовани унитарно инваријантне норме оператора. За Шатенове  $p$ -норме у случају  $p \geq 2$  и под додатним претпоставкама (комутативност и нормалност, у неким случајевима једне, а у неким случајевима обе) фамилије оператора  $(A_n)_{n=1}^N$  и  $(B_n)_{n=1}^N$  те неједнакости су упрощене. Конкретно, између осталог, уз додатни услов комутативности и нормалности поменутих

фамилија оператора, добијено је

$$\begin{aligned}
& \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left( \sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left( \sum_{n=1}^N B_n \right) \right\|_p^p \\
& + \sum_{1 \leq m < n \leq N} \alpha_m^{\frac{p}{2}} \alpha_n^{\frac{p}{2}} \left\| (\alpha_m^{-1} A_m - \alpha_n^{-1} A_n) \left[ cI + \left( c^2 I - \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* A_n + \left| \sum_{n=1}^N A_n \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \right. \\
& \times \left. \left[ \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left( \sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left( \sum_{n=1}^N B_n \right) \right] - cX(\alpha_m^{-1} B_m - \alpha_n^{-1} B_n) \right\|_p^p \\
& \leq c^p \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} B_n^* X^* X B_n - \left( \sum_{n=1}^N B_n^* \right) X^* X \left( \sum_{n=1}^N B_n \right) \right\|_{\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \\
& \leq c^2 \left\| X \left[ \sum_{n=1}^N \alpha_n \left| \left( \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} B_n^* B_n - \left| \sum_{n=1}^N B_n \right|^2 \right)^{\frac{p}{4}-1} \left( \alpha_n^{-1} B_n - \sum_{n=1}^N B_n \right) \right|^{2-\frac{1}{p}} \right]^{\frac{1}{p}} \right\|_p^p.
\end{aligned}$$

На основу тога су, између осталог, испитани услови достизања једнакости у добијеној операторској неједнакости. Такође, приказана је и шира класа неједнакости Landau-Grüss-овог типа.

У раду [10] проучавано је једно од уопштења једначине типа Емдена-Фаулера, једначина  $y'' = q(x)f(y(x))$ , при чему  $q$  и  $f$  задовољавају одређене услове. Прецизније, описани су (између осталог) услови који обезбеђују јединственост решења Кошијевог задатка

$$y'' = q(x)f(y(x)), \lim_{x \rightarrow +0} y(x) = 0, \lim_{x \rightarrow +0} y'(x) = \lambda,$$

за произвољно  $\lambda > 0$  и функције  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  и  $q : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , такве да је  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  нерастућа конвексна диференцијабилна функција и важи

$$\int_0^1 f\left(\frac{\lambda}{2} \cdot x\right) \cdot |q(x)| dx < \infty \text{ и } \int_0^1 x \cdot \left(-f'\left(\frac{\lambda}{2} \cdot x\right)\right) \cdot |q(x)| dx < \infty.$$

Показана је неупоредивост наведених услова. Низом примера (за конкретне  $f$  и  $q$ ) показано је да су многи претходно објављени резултати последица горенаведеног тврђења, а приказане су и неке нове последице истог.

У раду [11] уочен је пропуст у раду [G. Larotonda, Norm inequalities in operator ideals, Journal of Functional Analysis, vol. 255, no. 11, pp. 3208-3228 (2008)]. Услед неправилне примене Теореме 9 из поменутог рада, која није могућа за све наведене вредности параметара, дошло се до нетачне процене (одоздо) проучаваног интегралног трансформера на идеалу генерираном унитарно инваријантном нормом (неједнакост сродна неједнакости Corach-Porta-Recht-a). Након тога, одређени су потребни и доволjni под којима је могућа поменута примена и тиме обезбеђено тачно тврђење.

У раду [14] су дати неопходни и довољни услови за егзистенцију и јединственост решења Кошијевог проблема једначине Emden-Fowlera  $y'' - x^\alpha y^\sigma = 0$  у зависности од реалних параметара  $\alpha$  и  $\sigma < 0$ . Почетни услов је дат на  $(0, +\infty)$  и доказује се да јединствено решење постоји кад год је  $-1 < \sigma < 0$ .

У раду [16], за нормалне акретивне операторе  $A$  и  $B$  су доказане неједнакости

$$|(A^* + A)^{1-\alpha} X(B^* + B)^\alpha|^2 \leq \Gamma(2-2\alpha) \int_0^\infty e^{-tB^*} (B^* + B)^\alpha |AX + XB|^2 (B^* + B)^\alpha e^{-tB} t^{2\alpha-1} dt,$$

и

$$\|(A^* + A)^{1-\alpha} X(B^* + B)^\alpha\|_\Phi \leq \Gamma(2-2\alpha) \Gamma(2\alpha) \|AX + XB\|_\Phi \quad AX + XB \in \mathcal{C}_\Phi.$$

Овде је  $0 < \alpha < 1$  а  $\Phi$  је симетрична нормирајућа функција. Примене су дате на неједнакости Zhanga, између осталог.

## 6. Објављене књиге

- [1] П. Младеновић, Ђ. Кртинић, Међународне и балканске математичке олимпијаде 1996-2006. године, Материјали за младе математичаре, Свеска 48, Друштво математичара Србије, Београд (2007), ISBN 978-86-81453-64-3.
- [2] В. Балтић, Д. Ђукић, Ђ. Кртинић, И. Матић, Припремни задаци за математичка такмичења средњошколаца у Србији, Материјали за младе математичаре, Свеска 49, Друштво математичара Србије, Београд (2008), ISBN 878-86-81453-69-8; друго издање (2011), ISBN 978-86-81453-84-1.
- [3] Ђ. Кртинић, Математичке олимпијаде средњошколаца 2007-2011. године, Материјали за младе математичаре, Свеска 52, Друштво математичара Србије, Београд (2012), ISBN 978-86-81453-86-5.
- [4] Ђ. Кртинић, Математика 4+, решени задаци са пријемних испита на Универзитету у Београду, Круг, Београд (2013), ISBN 978-86-7136-218-4; друго, допуњено издање (2014), ISBN 978-86-7136-231-3; треће, допуњено издање (2015), ISBN 978-86-7136-237-5; четврто, допуњено издање, (2016), ISBN 978-86-7136-241-2; пето, прерађено издање (2017), ISBN 978-86-7136-245-0.

- [5] Ђ. Кртинић, Математичка анализа I, збирка решених задатака, Математички факултет и Круг, Београд (2017), ISBN978-86-7136-242-9.

## 7. Излагања на конференцијама

- [1] I. Arandelović, Đ. Krtinić, *An extension of Steinhauss theorem*, International Conference "Mathematical and Informational Technologies", MIT-2011 (2011).
- [2] Đ. Krtinić, M. Mikić, *Note of some asymptotic properties of solutions of Emden-Fowler equation*, VIII simposium "Matematika i primene" (2017). Ово је предавање по позиву.
- [3] D. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, P. Melentijević, S. Milošević, *Inequalities related to Landau-Grüss inequalities for inner product type integral transformers and for elementary operators acting on ideals of compact operators*, VIII simposium "Matematika i primene" (2017).

## 7. Руковођење израдом мастер и докторских теза

- [1] Бојана Кузовић, Примена Дирихлеовог принципа кроз разне нивое образовања, мастер рад, (2014).
- [2] Бојана Жујовић, Математичка индукција кроз разне нивое образовања, мастер рад, (2015).
- [3] Ивана Сарић, и Примена комбинаторике у доказима егзистенције, мастер рад, (2015).
- [4] Раде Лукић, Циклотомични полиноми у средњополској настави математике, мастер рад, (2015).
- [5] Ивана Лечић, Цео и разломљени део реалног броја и њихове примене на разбијање скупа природних бројева, мастер рад, (2016).
- [6] Јулија Младеновић, Неједнакости основних елемената троугла, мастер рад, (2016).
- [7] Јелена Митић, Линеарне рекурентне једначине и њихове примене, мастер рад, (2017).
- [8] Марија Микић, Асимптотска својства решења једначина Емден-Фаулера и њихових уопштења, докторска дисертација, (2018).

- [9] Данило Шућур, Регуларни Штурм–Лиувилов гранични проблем, мастер рад, (2018).

Члан комисије за преглед, оцену и одбрану докторских дисертација

Биљане Вујошевић и Стефана Милошевића, као и мастер радова  
Милинка Миловића, Јелене Петровић–Митић, Данила  
Пришуњака, Хасима Бучана, Милана Лазаревића, Љиљане Врачар,  
Милице Дивнић, Лазара Коковића, Наташе Гајић, Јованке  
Урошевић, Зоране Тошић, Марине Савић, Матије Миловића и  
Срђана Стефановића.

## 9. Закључак и предлог комисије

Кандидат др Ђорђе Кртинић испуњава научне и стручне критеријуме за избор у звање ванредног професора. Објавио је 15 радова на СЦИ листи, од тога 8 после последњег избора у звање а од тих 8 два су у категорији M21. Кандидат је проширио своју научно истраживачку обlast тиме што је ушао у област квалитативне теорије диференцијалних једначина. Поред тога, веома је активан у раду са научним подмлатком, као и на пољу математичких такмичења.

Имајући у виду све што је наведено, предложамо Изборном већу Математичког факултета у Београду да подржи избор у звање ванредног професора Ђорђа Кртинића и утврди предлог Већу научних области Природно-математичких наука Универзитета у Београду да се др Ђорђе Кртинић изабере у наведено звање.

У Београду, 7. септембра 2023.

Комисија:

---

др Дарко Јоцић, редовни професор  
Универзитет у Београду, Математички факултет

---

др Оливера Михић, редовни професор  
Универзитет у Београду, Факултет организационих наука

Милош Арсеновић

---

др Милош Арсеновић, редовни професор  
Универзитет у Београду, Математички факултет