Изборном већу Математичког факултета

На 125. седници Изборног већа одржаној 25. априла 2025. године, одређени смо за чланове комисије за писање реферата за избор једног доцента за ужу научну област Математичка анализа на одређено време од 60 месеци. У вези с тим подносимо Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

На конкурс објављен 14. маја 2025. године у листу *Послови* број 1144, у законски прописаном року, пријавио се један кандидат, др Јована Николић. Наводимо релевантне податке о кандидату.

1 Биографија кандидата

Др Јована Николић (рођена Ђуретић) рођена је 29. 1. 1987. у Подгорици. Дипломирала је 2008. године (за три године) на Математичком факултету у Београду, смер Теоријска математика и примене, са просечном оценом 10,00. Мастер рад под називом *Геодезијске линије у Хоферовој метрици* је одбранила на Математичком факултету у Београду, код професора др Дарка Милинковића, 2010. године. Од 2009. године студент је докторских студија на Математичком факултету у Београду, на студијском програму Математика, модул Теоријска математика и примене. Положила је све испите са просечном оценом 10,00. Докторску дисертацију под називом *Алгебарска својства спектралних инваријанти у Флоровој хомологији* одбранила је у септембру 2017. године, код ментора др Јелене Катић. Од 2009. до 2011. године радила је као сарадник у настави, од 2011. до 2018. као асистент, а од 2018. године ради као доцент за научну област Математичка анализа на Математичком факултету у Београду.

2 Научни и стручни рад

2.1 Објављени радови на СЦИ листи од претходног избора у звање доцента

(1) J. Nikolić, Z. Petrić, M. Zekić, *A diagrammatic presentation of the category 3Cob*, Results in Mathematics, **79**, 1-29, article no. 165 (2024)
https://doi.org/10.1007/s00025-024-02201-8; импакт фактор: 1.1, категорија M21

(2) V. Bojković, J. Nikolić, M. Zekić, *A note on rational surgeries on a Hopf link*, Czechoslovak Mathematical Journal, **73**, 603-611 (2023)
https://doi.org/10.21136/CMJ.2023.0144-22 импакт фактор: 0.5, категорија M23

(3) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles*, Mediterranean Journal of Mathematics **19**, 149 (2022) DOI: 10.1007/s00009-022-02043-0; импакт фактор (2021): 1.398, категорија M21

(4) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *Spectral numbers and manifolds with boundary*, Topological Methods in Nonlinear Analysis, 55 (2020), no. 2, 617–653.
DOI: 10.12775/TMNA.2019.108; импакт фактор (2021): 0.978, категорија M22

2.2 Остали научни радови на СЦИ листи

(5) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *Spectral invariants in Lagrangian Floer homology of open subset*, Differential Geometry and its Applications, **53**, 220–267 (2017)
`https://doi.org/10.1016/j.difgeo.2017.05.009`; импакт фактор: 0.623, категорија M22

(6) J. Đuretić, J. Katić, D. Milinković, *Comparison of Spectral Invariants in Lagrangian and Hamiltonian Floer Theory,* Filomat **30 (5)**, 1161–1174 (2016)
DOI 10.2298/FIL1605161D; импакт фактор: 0.695, категорија M22

2.3 Остали научни радови

(7) J. Katić, D. Milinković, J. Nikolić, *A brief survey of the spectral number in Floer homology,* Theoretical and Applied Mechanics Issue: 47(2), 205–220 (2020), ISSN:1450-5584, категорија M24
DOI: https://doi.org/10.2298/TAM200831012K

(8) J. Nikolić, *Filtered Lagrangian Floer homology of product manifolds*, Matematički vesnik 70, 3, 222–232 (2018)
ISSN 0025-5165 (Print), ISSN 2406-0682 (Online), категорија M51.

(9) J. Đuretić, *Piunikhin-Salamon-Schwarz isomorphisms and Spectral Invariants for Conormal Bundle*, Publications de l'Institut Mathématique, tome 102 (116), 17–47 (2017)
ISSN: 0350-1302, категорија M24

(10) J. Đuretić, *Piunikhin-Salamon-Schwarz isomorphisms and symplectic invariants obtained using cobordisms of moduli spaces*, Fourth mathematical conference of the Republic of Srpska, Proceedings, Trebinje, 06-07 June, vol. I (2015), 111–120; ISBN 978-99976-600-3-9.

(11) J. Djuretić, J. Katić, D. Milinković, *Hofer's geometry for Lagrangian submanifolds and Hamiltonian diffeomorphisms*, Fourth mathematical conference of the Republic of Srpska, Proceedings, Trebinje, 06-07 June, vol. I (2015), 93–100; ISBN 978-99976-600-3-9.

2.4 Стручни рад

(12) J. Đuretić, *From differentiation in affine spaces to connections*, The Teachings of Mathematics, Issue: XII_2, 61–80 (2015); ISSN 2406-1077 (Online), ISSN 1451-4966 (Print)

2.5 Рукописи у припреми:

(13) D. Đorđević, D. Kosanović, J. Nikolić, Z. Petrić, *Restricted (2 + 1)-TQFTs supported by thickened and solid tori*, 2025.

(14) J. Nikolić, V. Ovaskainen, Z. Petrić, *From Heegaard diagrams to surgery*, 2025.

2.6 Истраживачка предавања на конференцијама

- *Frobenius structure on a restricted (2+1)-TQFT*, 15. Српски математички конгрес, Београд, 21.6.2024.
- *Парцијални квазиморфизми на групи Хамилотнових дифеоморфизама котангентног раслојења*, Радионица симплектичке ттопологије, Београд, 18.8.2021.
- *Partial quasi-morphisms and partial symplectic quasi-states in the ambient of cotangent budles*, XIX српска астрономска конференција, конференција одржана на даљину (позвани предавач), 15.10.2020.
- *An obstruction and a construction in an ambient of the cotangent bundle*, Десети симпозијум *Математика и примене*, Београд, 7.12. 2019.
- *Парцијални квазиморфизми на групи Хамилотнових дифеоморфизама котангентног раслојења*, Конгрес младих математичара у Новом Саду, 5.10.2019.
- *Spectral invariants in Lagrangian Floer homology*, дводневна радионица, Универзитет Сержи-Понтоа, Француска, 12.9.2019,
- *Спектралне инваријанте у Лагранжевој Флоровој хомологији за конормалне скупове*, Радионица симплектичке топологије, Београд, 22.8.2018.
- *The moduli space of pseudo holomorphic disks with jumping Lagrangian boundary conditions*, XIX Geometrical Seminar, Zlatibor, 2.9.2016.
- *Piunikhin-Salamon- Schwarz isomorphisms and symplectic invariants obtained using cobordisms of moduli spaces*, Fourth mathematical conference of the Republic of Srpska, Trebinje, 2014.

2.7 Прегледна предавања и предавања на семинарима

- *Поткатегорије 3-кобордизама са торусима као објектима*, Одељење за математику Математичког института САНУ, 23.5.2025.
- *Симплектичка топологија - увод и нови правци*, Радионица симплектичке топологије, Београд, 19.8.2019.
- *Морсова хомологија и спектралне инваријанте*, Радионица симплектичке топологије, Београд, 20.8.2018.
- *Алгебарска својства спректралних инваријанти у Флоровој хомологији*, Одељење за механику Математичког института САНУ, 13.9.2017.

2.8 Истраживаче посете

- Универзитет Сержи-Понтоа, Француска, 1.9 – 15.9.2019.

2.9 Приказ научних радова

Мастер теза

У мастер тези др Јоване Николић описане су геодезијске линије у Хоферовој метрици на простору Хамилтонових дифеоморфизама. Пре свега дате су три дефиниције геодезијских линија у Римановој метрици: као решења система диференцијалних једначина, као криве које минимизирају растојање између тачака, и као критичне тачке функционала енергије. Затим је дефинисана група Хамилтонових дифеоморфизама која је придружена симплектичкој многострукости и Хоферова метрика на њој. У главном делу рада дефинисан је појам геодезијских линија у Хоферовој метрици, а затим су изложене особине геодизијских линија у случају Хамилтонових дифеоморфизама на $\mathbb{R}^{2n}$. Најважније својство је да регулран пут може бити геодезијска само ако је генеризан квази-аутономним Хамилтонијаном. Даље, дефинисане су конјуговане тачке и варијација геодезијске линије. Показано је да је недегенерисана геодезијска која не садржи конјуговане тачке C^∞-локално минимална, а да се она која садржи унутрашње конјуговане тачке може скратити малом варијацијом. На крају рада анализирају се затворене многострукости чија је друга хомотопска група тривијална. Дат је пример Хамилтоновог дифеоморфизма на таквој многострукости који се не може спојити минималном геодезијском са идентитетом.

Докторска дисертација

Пре свега, докторска дисертација садржи познате дефиниције и конструкције које су неопходне за приказ оригиналних резултата. То су: разни диференцијално-тополошки појмови специфични за симплектичку топологију; дефиниција директног лимеса; конструкција Морсове хомологије, Масловљевог индекса и Флорове хомологије за периодичне орбите, као и за Лагранжеве пресеке, специјално, Флорова хомологија за Лагранжеве пресеке са конормалним граничним условима у амбијенту котангентног раслојења; Кастуриранган–Оова конструкција Флорове хомологије за отворене подскупове; Пиуникин–Саламон–Шварцов изоморфизам у оригиналном облику, као и његова уопштења; спектралне инваријанте и њихова својства у разним ситуацијама у којима су досад изучаване; конструкција канонских изоморфизама у Морсовој и разним случајевима у Флоровој теорији, као и опис Поенкареове дуалности у овим хомологијама.

У наставку тезе дати су оригинални резултати. Прво је (у Глави 2) дата аналитичка позадина свих конструкција у тези. То су резултати који чине делове радова [3] и [4]. Дефинисини су модулски простори који представљају решења разних диференцијалних једначина. У неким случајевима ради се о парцијалној, Коши–Римановој једначини са периодичним, Лагранжевим или комбинованим граничним условима, у неким случајевима ради се о градијентној једначини са граничним условима, а у неким о комбинованој једначини. У свим овим ситуацијама коришћене су технике Фредхолмове анализе. Доказује се да су простори решења многострукости коначне димензије и рачуна се њихова димензија. У неким ситуацијама димензија је израчуната директно као индекс одговарајућег Фредхолмовог пресликавања, док су у неким ситуацијама коришћена извесна својства залепљеног оператора, као и већ познате димензије неких модулских простора. Осим овога, дат је и опис границе свих модулских простора у случајевима када се губи компактност. Главни апарат у доказима ових резултата чине Громовљеве теореме о конвергенцији низа хомолорфних пресликавања, као и технике лепљења, и (у Морсовом случају) Арцела–Асколијева теорема. Појава мехурова је контролисана граничним условима, и специфичност конкретне ситуације је детаљно објашњена. Такође је описан модулски простор холоморфних панталона са граничним условима који су делом нулто сечење а делом конормално раслојење. Овде се ради о скоку на граници Риманове површи са једне Лагранжеве подмногострукости на другу, и то је једна ситуација која није досад описана у литератури,

У Глави 3 су дате конструкције разних морфизама између разних Флорових и Морсових хомологија. Морфизми су дефинисани на нивоу ланаца помоћу кардиналности нуладимезнионих модулских простора дефинисаних у Глави 2. Ово су оригинални резултати који су објављени у радовима [3] и [4]. Затим су конструисани ПСС морфизми између Морсове хомологије подмогострукости $N \subset M$ базе и Флорове хомологије за конормално раслојење $\nu^*N \subset T^*M$, као и ПСС морфизми између Морсове хомологије отвореног подскупа $U \subset M$ базе и Флорове хомологије за негативно конормално раслојење $\nu^*_-\overline{U} \subset T^*M$. Да би се показало да су овако дефинисана пресликавања ланчаста, користе се описи граница разних једнодимензионих комбинованих многострукости који су дати у Глави 2. У овим ситуацијама су ПСС морфизми и изоморфизми, и то је доказано у тези помоћу описа граница погодно одабраних помоћних једнодимензионих многострукости. У случају ПСС изоморфизма за отворене скупове, домен и кодомен су директни лимеси векторских простора, па ова конструкција захтева проверу добре дефинисаности, која се постиже комутирањем одговарајућих ПСС (изо)морфизама за апроксимације (које учествују у дефиницији директног лимеса) са морфизмима који дефинишу директни лимес. У овој глави се доказују и функторијалности ових изоморфизама у односу на канонске изоморфизме у Морсовој и Флоровој теорији.

У Глави 4 се дубље изучавају алгебарске структуре разних Флорових хомологија, односно дефинишу се разни производи у Флоровим теоријама. Прво је дефинисан производ на Флоровој хомологији за конормално раслојење

$$HF(O_M, \nu^*N) \otimes HF(O_M, \nu^*N) \to HF(O_M, \nu^*N). \tag{1}$$

Овај производ је дефинисан помоћу броја панталона код којих на расцепу између ногавица постоји скок, при чему се један део те компоненте границе слика на нулто сечење а други део на конормално раслојење. Затим је дефинисан другачији производ помоћу панталона код којих је једна ногавица „закрпљена", а ивица друге ногавице је на Лагранжевој подмногогструкости. Бројање оваквих пресликавања дефинише спаривање елемената Флорове хомологије за периодичне орбите са елементима Флорове хомологије за Лагранжевој пресеке. Резултат је елемент Флорове хомологије за Лагранжеве пресеке. На крају, дефинисан је производ у Флоровој хомологији за отворене скупове. И у овој конструкцији користи се слична идеја скока на расцепу између ногавица. За сваку од ових конструкција показана је добра дефинисаност на нивоу хомологија (будући да је производ а приори дефинисан на нивоу ланаца). Код производа за отворене скупове прво се дефинише производ на хомологији за апроксимацију а затим се показује да се тако дефинисан производ слаже са директним лимесом.

Главе 5 и 6 посвећене су спектралним инваријантама у разним случајевима Флорових хомологија. Спектралне инваријанте су извесне критичне вредности Хамилтоновог функционала дејства, које се издвајају као најмањи ниво у филтрираној хомологији на ком се реализује нека сингуларна (односно Морсова) класа, у смислу ПСС изоморфизма. Нов појам дефинисан у тези је спектрална инваријанта у случају отвореног подскупа базе $U \subset M$ и ово је оригинални резултат објављен у [3]. Спектралне инваријанте су дефинисане помоћу претходно дефинисаног ПСС изоморфизма, а затим је доказано да оне заправо представљају лимес спектралних инваријанти у Флоровој хомологији за Лагранжеве многострукости које апроксимирају сингуларну многострукост $\nu_-^*\overline{U}$. Затим се доказују очекивана својства спектралних инваријанти: независност од извесних параметара које учествују у дефиницији, непрекидност у односу на Хоферову норму Хамилтонијана и неједнакост између спектралних инваријанти за два отворена скупа $U \subset V$.

У остатку тезе доказују се разне неједнакости између спектралних инваријанти. Пре свега, упоређене су спектралне инваријанте за Лагранжеву Флорову хомологију са спектралним инваријантама у Флоровој хомологији за периодичне орбите. Ово је оригинални резултат објављен у [2]. Доказ се ослања на праћење вредности функционала дејства дуж претходно дефинисаних „димњака". Доказује се и неједнакост троугла (односно субадитивност спектралних инваријанти) у односу на претходно дефинисан производ. Такође је доказана неједнакост троугла (односно субадитивност инваријанти) у конормалном, односно отвореном случају, у односу на претходно дефинисане производе.

Радови у часописима

[1] A diagrammatic presentation of the category 3Cob

Категорија 3Cob има за објекте затворене оријентисане површи док су стрелице, односно морфизми међу њима, класе тродимензионалних многострукости. У овом раду се даље разрађује дијаграматски језик који описује категорију 3Cob. Главна мотивација је опис затворених 3-многострукости дат од стране Ликориса и Валаса чија теорема каже да се свака затворена 3-многострукост може добити помоћу хирургије на означеном линку у S^3. Дијаграматски језик у овом раду сваку отворену 3-многострукост описује помоћу дијаграма у S^3 који се састоји од црних кружница означених целим бројевима, букетима плавих и букетима црвених кружница. Дозвољено је да дијаграм не садржи неку од наведених компоненти као и да садржи црвене или плаве тачке. Дијаграм задаје многострукост на следећи начин: изваде се цевасте околине црних кружница (односно пуни торуси) из S^3 и врате се назад помоћу хомоморфизма границе који је дефинисан ознаком на тој компоненти линка. Следећи корак је да се изваде цевасте околине букета обојених кружница. Цеваста околина букета $g \geq 0$ кружница је тело са ручкама рода g. Када се изваде цевасте околине букета кружница оне се не попуњавају и представљаће део границе 3-многострукости. Црвени букети задају улазни део границе док плави букети задају излазни део границе поменуте многострукости. Главни резултат је потпун опис операције композиције дијаграма која одговара лепљењу две многострукости дуж дела њихових граница. Ако се две многострукости лепе дуж границе која има више компоненти повезаности онда се лепљење врши у два корака, корак пришивања (sewing) и корак самолепљења или крпљења (mending). За поступак пришивања потребно је на једном дијаграму (било ком) сместити све његове делове у цевасту околину која је уланчана са оним букетом дуж кога се врши пришивање. Таква цеваста околина (са свим компонентама) смешта се у други дијаграм на место које одговара пришивајућем букету. Следећи корак се врши на једном дијаграму тако што делове његове границе самолепимо. Ако се врши самолепљење дуж букета g кружница дијаграм је заправо смештен у задебљалу површ рода g и потребно је залепити једну за другу његове компоненте границе. Пратећи регију у којој се врши хирургија у раду се показује на које место у дијаграму је потребно убацити дијаграм који описује хирургију затворене многострукости $\Sigma_g \times S^1$. Овакав поступак се наставља све док се не заврши самолепљење дуж свих потребних делова границе.

[2] A note on rational surgeries on a Hopf link

Познато је да хирургија на Хопфовом линку у S^3, при чему су коефицијенти хирургије рационални бројеви, као резултат даје неки лећасти простор. У овом раду је дат тачан рачун о ком лећастом простору се ради. Главни алат који се користи је рачун са верижним разломцима. Наиме, познато је да се свака оријентабилна 3-многострукост може добити Деновом хирургијом на означеном линку у S^3. Означени линк значи да је за сваку компоненту линка познато по којем правилу се враћа пун торус, односно цеваста околина поменуте компоненте линка. Ако је ознака компоненте линка цели број, онда се ради о Кирбијевој целобројној хирургији, коју је Ролфсен уопштио допуштајући да ознака хирургије на компонентама узима рационалне вредности. Хопфов линк се састоји од две кружнице које нису самоуланчане, али су међусобно уланчане једанпут. Верижни запис рационалног броја $\frac{m}{n}$ има облик $[v_0; v_1, , v_r]$ при чему је $\frac{m}{n} = v_0 + \frac{1}{v_1 + \frac{1}{v_2 + + \frac{1}{v_r}}}$. У раду је показано следеће. Рационална хирургија на Хопфовом лину са коефицијентима $\frac{p}{q} = [a_0; a_1, , a_n]$ и $\frac{r}{s} = [b_0; b_1, , b_m + 1]$ даје лећасти простор $L(a, b)$ при чему је

$$\frac{a}{b} = [-b_m; , -b_0, a_0, , a_n]^{(-1)^{m+1}} - 1.$$

Показано је како се мењају коефицијенти хирургије на компонентама линка када се на компоненте примењују Ролфсенови потези друге врсте, односно потези који не мењају резултујућу 3-многострукост. Разлагање коефицијената на верижне разломке задаје које Ролфсенове потезе је потребно извршити да би се Хопфов линк свео на једноставнију хирургију која може да се доведе у везу са лећатим просторима. Као последица главног резултата, изведен је критеријум када рационална хирургија на Хопфовом линку задаје 3-сферу.

[3] A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles

Познато је да је група $\mathrm{Ham}(M)$ Хамилтонових дифеоморфизама на затвореној симплектичкој многострукости M проста. Слично, универзално наткривање $\widetilde{\mathrm{Ham}}(M)$ за затворену многострукост M је савршена група. Зато ове две групе не допуштају нетривијалне хомоморфизме у групу $(\mathbb{R}, +)$. У оваквим ситуацијама природно је изучавати квазиморфизме, који се дефинишу као пресликавања $\mu : \mathcal{G} \to \mathbb{R}$ на групи $\mathcal{G}$ за које (по дефиницији) постоји константа $C \geq 0$ за коју важи $|\mu(gh) - \mu(g) - \mu(h)| \leq C$, за све $g, h \in \mathcal{G}$ (квазиадитивност). Квазиморфизам је хомоген ако важи $\mu(g^k) = k \cdot \mu(g)$ за све $g \in \mathcal{G}$, $k \in \mathbb{Z}$. Један још општији појам је парцијални квазиморфизам. Парцијални квазиморфизам, уместо својства квазиадитивности, задовољава својство парцијалне квазиадитивности: за сваки развдојив отворен скуп U постоји константа $C > 0$ таква да важи

$$|\mu(\phi\psi) - \mu(\phi) - \mu(\psi)| \leq C \min\{\|\phi\|_U, \|\psi\|_U\},$$

где је $\|\cdot\|_U$ Бањагина фрагментациона норма, а уместо хомогености, он је парцијално хомоген, тј. $\mu(\phi^n) = n\mu(\phi)$ за сваки ненегативан цео број $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$.

У раду *A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles* изведена је конструкција парцијалних квазиморфизама помоћу спектралних бројева у Лагранжевој Флоровој хомологији са конормалним граничним условима у котангентном раслојењу. У овој ситуацији не постоји производ који би задовољавао неједнакост троугла, који је присутан у случајевима Флорове хомологије за затворене Хамилтонове орбите, или Лагранжеве Флорове хомологије са граничним условима на нултом сечењу у котангентном раслојењу. Споменута неједнакост троугла се користи да би се извела хомогенизација квазиморфизма. У раду *A Note on Partial Quasi-Morphisms and Products in Lagrangian Floer Homology in Cotangent Bundles* овај недостатак неједнакости троугла превазиђен је помоћу спољашњег производа који је компатибилан са ПСС изоморфизмом за Лагранжеву Флорову хомологију са конормалним граничним условима.

[4] Spectral numbers and manifolds with boundary

Нека је N компактна подмногострукост са границом ∂N затворене многострукости M. У раду *Spectral numbers and manifolds with boundary* конструисана је сингуларна Лагранжева поодмогострукост $\overline{\nu}^*N \subset T^*M$ придружена подмногострукости N, као и глатке, тачне Лагранжеве апроксимације Υ скупа $\overline{\nu}^*N$. Затим је конструисана Флорова хомологија придружена N као директни лимес Флорових хомологија парова (O_M, Υ). За погодан избор Морсове функције f_N на N и Хамилтонијана H на T^*M, дефинисан је изоморфизам ПСС типа између споменуте Флорове хомологије за N и Морсове хомологије $HM_*(f_N, N)$ многострукости N. Помоћу овог изоморфизма дефинисане су спектралне инваријанте придружене произвољној ненула хомолошкој класи $[\alpha]$ која припада $HF_*(N)$. Показано је да су ове спектралне инваријанте лимеси спектралних инваријанти у Флоровој хомологији за апроксимације. Доказано је и да су спектралне инваријанте непрекидне у односу на Хоферову норму. Помоћу пресликавања типа „панталоне”, дефинисана су два производа која се слажу са спектралним инваријантама, у смислу да је задовољена извесна верзија неједнакости троугла.

[5] Spectral Invariants in Lagrangian Floer homology of open subset

Флорову хомологију за отворене подскупове глатке многострукости дефинисали су Кастуриранган и О 2001. године. Ако је $U \subset M$ отворен скуп са глатком границом и M глатка компактна многострукост, тада је конормално раслојење границе, $\nu^*(\partial U)$,дефинисано као

$$\nu^*(\partial U) = \{(q,p) \in T^*M \mid q \in \partial U, p|_{T_q\partial U} = 0\}, \tag{2}$$

Лагранжева подмногострукост котангентног раслојења T^*M. Дефинишимо

$$\nu^*_-(\partial U) := \{(q,p) \in \nu^*(\partial U) \mid p(\mathbf{n}) \leq 0, \text{ за спољању нормалу } \mathbf{n} \text{ на } \partial U\}$$

и

$$\nu^*_-\overline{U} := O_U \cup \nu^*_-(\partial U).$$

Скуп $\nu^*_-\overline{U}$, који зовемо негативно конормално раслојење од $\overline{U}$, јесте сингуларна Лагранжева подмногострукост која допушта глатку апроксимацију тачним Лагранжевим подмногострукостима Υ_ε у T^*M. Флорова хомологија пара $(O_M, \Upsilon_\varepsilon)$ је добро дефинисана, и после дефинисања одговарајућих морфизама за различите апроксимације (сличних канонским морфизмима у Морсовој и Флоровој теорији), дефинишемо Флорову хомологију за отворен подскуп као директан лимес Флорове хомологије за апроксимације.

У овом раду конструисане су спектралне инваријанте за случај отвореног скупа и испитивана су њихова својства. За потребе конструкције прво је дефинисан тзв. Пиуникин-Саламон-Шварцов хомоморфизам који се дефинише помоћу објеката комбинованог типа. Како је ПСС дефинисан на директном лимесу, прво је дата конструкција за апроксимације, а затим је доказано да се она слаже са морфизмима који учествују у дефиницији директног лимеса. У Морсовом случају посматра се директни лимес деифинисан помоћу изоморфизама за различит избор Риманове метрике. Такође је доказано да ПСС комутира са одговарајућим канонским изоморфизмима у Морсовој и Флоровој теорији, као и да је ПСС изоморфизам. Због специфичног избора Морсове функције f на U (с обзиром на то да се ради о многострукости са границом), ово није могло да се докаже директно као у досадашњим ситуацијама, већ се користила Поенкареова дуалност, такође дефинисана и анализирана у раду.

Даље, доказана су очекивана својства спектралних инваријанни у овом случају: непрекидност спектралних инваријанти у односу на спектралне иваријанте за апроксимације, непрекидност спектралних инваријанти у односу на Хоферову норму, неједнакост троугла за спектралне инваријанте и извесне неједнакости између спектралних инваријанти у односу на инклузију. Да би се ово постигло, прво су дефинисани одредјени производи на Флоровим и Морсовим хомологијама, као и на комбинацији та два, и анализирана и доказана њихова својства.

На крају је доказана неједнакост између спектралних инверијатни за периодичне орбите у котангентом раслојењу (које је дефинисао Шварц 2000. године) и спектралних инваријанти за отворене скупове. Ово је урађено праћењем вредности функционала дејства дуж холоморфних слика посебних Риманових површи које је дефинисао Алберс 2007. године.

[6] Comparison of Spectral Invariants in Lagrangian and Hamiltonian Floer Theory

Спектралне инваријанте за Флорову хомологију Лагранжевих пресека дефинисао је О 1997. године, а за случај периодичних Хамилтонових орбита Шварц 2000. године. У свом раду из 2007. године, Алберс је посматрао пертурбована псеудо-холоморфна пресликавања из извесних Риманових површи са границом (тзв. димњака) у симплектичку многострукост у циљу дефинисања извесних морфизама између Флорових хомологија за Лагранжев и случај периодичних орбита.

У овом раду искоришћена је конструкција димњака да би се упоредиле спектралне инваријанте ових двеју Флорових хомологија. Тополошки услови на компактну (или конвексну у бесконачности) симплектичку многострукост (P,ω) и Лагранжеву подмногострукост $L \subset M$ су

$$\omega|_{\pi_2(P,L)} = \mu|_{\pi_2(P,L)} = 0, \tag{3}$$

где је μ Масловљев индекс.

Такође, помоћу извесних холоморфних пресликавања са другачијим Римановим површима као доменима, конструисан је производ

$$\circ : HF(H_1) \oplus HF(H_2 : L) \to HF(H_3 : L)$$

и доказана је субативиност спектралних инваријанти у односу на $\circ$.

[7] A brief survey of the spectral number in Floer homology

Рад је прегледног карактера. Описана је конструкција спектралних инваријанти за периодичне и Лагранжеве граничне услове, и објашњена су њихова својства. Такође су изложени и неки резултати и дефинисани појмови за чије се конструкције примењују спектралне инваријанте: граф селектори, спектрална норма и квазиморфизми.

[8] Filtered Lagrangian Floer homology of product manifolds

У алгебарској топологији и хомолошкој алгебри, Кинетова формула је позната веза између хомологије простора и хомологије њиховог производа. У овом раду, др Јована Николић је као последицу главне теореме, извела Кинетову формулу у случају Флорове хомологије за Лагранжеве пресеке. Тополошке претпоставке су као у (3). Главни резултат рада је комутативност извесног дијаграма који укључује филтриране ланчасте комплексе генерисане пресецима $L_1 \cap \phi_H^1(L_1)$, $L_2 \cap \phi_K^1(L_2)$ и њиховим производима $(L_1 \times L_2) \cap \phi_{H\oplus K}^1(L_1 \times L_2)$. Као последицу споменуте Кинетове формуле, аутор је извео и следећи резултат: ако Лагранжева подмогострукост L_1 није раздвојива у M, онда то није ни $L_1 \times L_2$ у $M \times N$ (овде под раздвојивошћу L подразумевамо постојање Хамилтонијана H за који важи $L \cap \phi_H^1(L) = \emptyset$). На крају, аутор изводи и функторијалност изоморфизама из поменуте Кинетове формуле и Кинетове формуле у Морсовој хомологији у односу на ПСС изоморфизме.

[9] Piunikhin–Salamon–Schwarz Isomorphisms and Spectral Invariants for Conormal Bundle

За затворену глатку многострукост M и његу глатку затворену подмногострукост N, добро је дефинисана Флорова хомологија пара (O_M, ν^*N), где је O_M нулто сечење, а $,\nu^*N$ конормално раслојење (2), када је пресек $,\nu^*N \cap \phi_H^1(O_M)$ трансверзалан ($\phi_H^1(O_M)$ је Хамилтонова деформација нултог сечења придружена Хамилтонијану H). Испоставља да се да је у овом случају Флорова хомологија изоморфна сингуларној хомологији многострукости N. Ово је резултат Пожњака из 1994. године. Он је конструисао изоморфизам Флорове и Морсове хомологије, за посебан избор Морсове функције и посебан избор Хамилтонијана, на сличан начин на који је то оригинално урадио Флор (и то је изоморфизам још на нивоу ланаца).

У овом раду др Јована Николић је конструисала изоморфизам за произвољан избор Морсове функције и Хамилтонијана, и то ПСС типа. Предност оваквог морфизма у односу на Пожњаков, осим што је дефинисан за произвољне изборе параметара, јесте функторијалност у односу на канонске изоморфизме у Морсовим и Флоровим теоријама. Осим ПСС (изо)морфизама, у раду су дефинисане спектралне инваријанте за случај конормалног раслојења, као и производ:

$$\star : HF(O_M, O_M : H_1) \otimes HF(O_M, \nu^*N : H_2) \to HF(O_M, \nu^*N : H_3)$$

који индукује производ

$$\cdot : HM(M) \otimes HM(N) \to HM(N),$$

у односу на који је доказана и субадитивност инваријанти. Осим тога, пронађена је горња граница за спектралне инваријанте у конормалном раслојењу и доказана је неједнакост између ових инваријанти и раније познатих спектралних инваријанти за нулто сечење. На крају, дефинисан је производ (1) који је уопштење познатог „панталона" производа (који је дефинисао О) и који, помоћу ПСС-а, индукује операцију • на Морсовој хомологији, у односу на коју су спектралне инваријанте субадитивне.

[10] Piunikhin-Salamon- Schwarz isomorphisms and symplectic invariants obtained using cobordisms of moduli spaces

У овом раду је дат опис до сада познатих морфизама ПСС типа, као и најава нове конструкције за конормални и отворени случај, без аналитичких детаља. Такође, у раду се дискутују нека својства апсолутних и релативних спектралних инваријанти у овим случајевима.

[11] Hofer's geometry for Lagrangian submanifolds and Hamiltonian diffeomorphisms

Овај рад је претежно прегледног карактера. У њему је дат приказ дефиниција и резултата везаних за Хоферово растојање за Хамитонове изоморфизме, као и за Лагранжеве пресеке. Такође дата је и кратка анализа улоге квази–аутономних Хамилтонијана у опису геодезијских линија у Хоферовој метрици, као и неке хипотезе из ове проблематике.

[12] From differentiation in affine spaces to connections

Конексија и коваријантно диференцирање су појмови које обично везујемо за Диференцијалну геометрију, односно диференцијални рачун на глатким многострукостима. У овом стручном раду аутор је показао како се потреба за коваријантним диференцирањем јавља чак и у линеарном случају. Објашњено је како уопштење појма извода функције на извод пресликавања на афиним просторима природно води до појма конексије. Коваријантни извод и конексија су дефинисани на језику векторских раслојења, тако да чувају познате појмове извода. Посебно је објашњен скуп нула првог извода у разним случајевима, као скуп тачака у коме је у многим ситуацијама могуће дефинисати други извод.

2.10 Учешћа на пројектима

- Пројекат Graphical Languages, GWORDS, финансиран од стране Фонда за науку, 2022 –2025.

- Пројекат ОН174034 *Топологија, геометрија и глобална анализа на многострукостима и дискретним структурама* Министарства просвете, науке и технолошког развоја републике Србије, 2011 – 2014.

- Пројекат ОН144020 *Аналитичке и алгебарске методе и примене у геометрији, топологији и теорији бројева* Министарства просвете, науке и технолошког развоја републике Србије, 2009 – 2010.

2.11 Учешћа у организацијама конференцијама и летњим школама

- 2022: Радионица из симплектичке топологије одржане у Београду, члан организационог одбора
- 2021, 2022: Радионица из симплектичке топологије одржане у Београду, члан уредништва књиге апстраката
- август 2011: *Основи релативистичке физике*, Љетња школа физике и математике организована од стране фондације ПРОНА, Иванова Корита, асистент
- август 2010: *Геодезијксе линије*, Љетња школа физике организована од стране фондације ПРОНА, Иванова Корита, асистент

3 Педагошки рад кандидата

Од школске 2009/10. године, Јована Николић је радила као сарадник у настави, од 2011. године као асистент, а од 2018. године као доцент на Математичком факултету у Београду. У том периоду је држала вежбе из предмета:

- Анализа 1а, 1б, 2а, 2б за студенте модула Математика
- Анализа 1, Анализа 2 за студенте модула Математика
- Анализа 2, Анализа 3 за студенте модула Информатика
- Увод у теорију динамичких система
- Одабрана поглавља глобалне анализе
- Увод у теоријску механику
- Математичке методе квантне механике
- Математика 1, 2, 3 и 4 за студенте физике

и предавања из предмета

- Анализа 1, Анализа 2 за студенте модула Математика
- Анализа 1, Анализа 3 за студенте модула Информатика
- Увод у теоријску механику

Свих ових година Јована Николић је своје обавезе завршавала савесно и на време, показавши изузетан предагошки таленат. Њен однос према настави, студентима и колегама одликује савесност, марљивост и посвећеност. Просечна оцена студената са студентских анкета за претходни период је 4.47.

Др Јована Николић је била члан у комисијама за одбрану два мастер рада, 2019. и 2022. године, и једне докторске дисертације 2021. године. Тренутно је ментор мастер рада Вука Симона Оваскаинена.

Аутор је скрипте *Анализа 1 за студенте модула информатика.*

4 Закључак и предлог комисије

Др Јована Николић испуњава све научне и стручне критеријуме за поновни избор у звање доцента, и више од тога, она већ има довољно радова који је квалификују за избор у звање ванредног професора. Од последњег избора у звање доцента има објављена четири научна рада са СЦИ листе. Своје резултате др Јована Николић је излагала више пута на научним скуповима и семинарима. Била је учесник на три научна пројекта и учествовала је у организацији конференција на факултету. Као наставник показала је изузетан дар за педагошки рад, што потврђује оцена 4.47 на студентским анкетама у претходном изборном периоду. Учествовала је у комисијама за одбрану мастер и докторских радова и аутор је једне скрипте.

Зато са задовољством предлажемо Изборном већу Математичког факултета и одговарајућим телима Универзитета у Београду да изаберу др Јовану Николић у звање доцента за научну област Математичка анализа.

У Београду,
9. јуна 2025. године

Чланови комисије:

____
др Драгољуб Кечкић, редовнии професор

____
др Борислав Гајић, научни саветник

____
др Јелена Катић, редовни професор